In diesem Modul werden die folgenden Themen besprochen:

- Messung von Größen
- Internationales Einheitensystem
- Näherungsweise Berechnungen
- Identifizierung von Variablen

Einführung in das praktische Arbeiten im Bereich der Naturwissenschaften

Praktische experimentelle Arbeiten sind ein sehr wichtiger Teil des naturwissenschaftlichen Studiums. Im Labor haben die Schüler*innen die Möglichkeit, selbstständig alle Einheiten zu messen und experimentelle Aufgaben zu lösen. Sie lernen experimentell, Naturphänomene zu erforschen und zu analysieren, und erwerben Laborfertigkeiten.

Durch die praktische Arbeit wird die Rolle des Experiments in den Naturwissenschaften besser verstanden, es wird gelernt, wahre Schlüsse zu ziehen, Theorie und Experiment zu vergleichen, Wichtiges, Bedeutendes von Unwichtigem, Zweitrangigem zu trennen.

Man kann die naturwissenschaftlichen praktischen Arbeiten in zwei Gruppen einteilen.

Die eine Gruppe besteht aus Arbeiten, deren Ziel es ist, die Schüler*innen mit den wichtigsten Methoden der präzisen Messung und der Auswertung der erhaltenen Ergebnisse vertraut zu machen. Ein Teil dieser Arbeiten enthält direkte Messungen, z.B. Wiegen, Längenmessung mit dem Mikrometer, Winkelmessung mit dem Goniometer usw. Das Hauptaugenmerk bei diesen Arbeiten liegt auf der Berechnung der erzielten Ergebnisse. Indirekte Messungen machen den anderen Teil der Arbeiten in dieser Gruppe aus. Hier wird nicht eine gesuchte Einheit gemessen, sondern die anderen Einheiten, die durch bestimmte Abhängigkeiten und Gesetze mit ihr verbunden sind. Die gesuchte Einheit wird aus einer Formel berechnet, wobei direkte Messergebnisse verwendet werden, z. B. die Beschleunigung der Körperbewegung, der Temperaturwiderstandskoeffizient, der Fokusabstand des Objektivs oder die Einstellung der Lichtwellenlänge. Da die Zahl der Messungen in diesen Arbeiten recht groß ist, wird der Diskussion der erzielten Ergebnisse größere Aufmerksamkeit gewidmet als der Bewertung der Verzerrungen.

Die andere Gruppe besteht aus Arbeiten, deren Ziel es ist, ein Naturphänomen oder -gesetz umfassender kennen zu lernen. Dafür, ein Demonstrationsexperiment während der Vorlesungen durchzuführen, reicht die Zeit meist nicht aus oder es gibt keine Möglichkeiten. Zwar werden in diesen Arbeiten auch Messungen durchgeführt, aber nicht sie sind das Wichtigste, sondern das Erforschen und Verstehen des Phänomens selbst. In der Laborarbeit "Lichtintensität einer elektrischen Lampe und Eigenleistungseinstellung" geht es z.B. darum, zu erforschen, wie die Lichtintensität von der Stromstärke und die Eigenleistung von der Stromstärke abhängt und, nachdem diese Abhängigkeiten festgestellt wurden, Verallgemeinerungen über die Energieübertragung zu treffen. In diesen Arbeiten wird der Vorspannungsberechnung weniger Aufmerksamkeit gewidmet oder sie wird gar nicht benötigt.

Messung von Größen

Grundlegende Konzepte

Im Alltag, in der Wissenschaft, in der Technik begegnet man verschiedenen Merkmalen der uns umgebenden Körper. Diese Merkmale spiegeln Prozesse der Interaktion zwischen Körpern wider und beeinflussen die menschlichen Sinnesorgane. Um diese Eigenschaften zu beschreiben, werden daher physikalische Einheiten eingeführt. Eine *physikalische Größe* ist ein qualitativ gemeinsames, aber quantitativ individuelles physikalisches Objektmerkmal. Normalerweise definiert die physikalische Größe eine der Eigenschaften des Stoffes. Zum Beispiel beschreibt die Arbeit die Eigenschaft der wechselwirkenden Körper, einander eine bestimmte Menge an Energie zu übertragen; der Brechungsindex beschreibt die Eigenschaft des Lichts, seine Ausbreitungsgeschwindigkeit beim Übergang von einer Umgebung in eine andere zu ändern usw.

Die gleichen Eigenschaften verschiedener materieller Objekte werden quantitativ durch Zahlenwerte physikalischer Größen definiert. Je nach Maßeinheit und physikalischer Bedeutung können physikalische Größen in drei Gruppen eingeteilt werden: von einem Typ, von einem Namen, und dimensionslos.

Größen eines Typs werden als Größen bezeichnet, die dieselbe Maßeinheit und dieselbe physikalische Bedeutung haben, d. h. sich nur im Zahlenwert unterscheiden. Zum Beispiel: die Masse des Photons und die Masse der Erde, die Lichtgeschwindigkeit und die Schallgeschwindigkeit usw.

Größen eines Namens werden als Größen bezeichnet, die die gleiche Maßeinheit haben, sich aber in ihrer physikalischen Bedeutung unterscheiden. Zum Beispiel Kraftarbeit und Kraftimpuls, Helligkeit und Beleuchtung, Beugungsinterferenzstreifenzahl in der Längeneinheit und Linsenbremsvermögen.

Dimensionslose Größen werden die Größen bezeichnet, deren Zahlenwerte nicht von der Wahl des Maßeinheitensystems abhängen. Zum Beispiel der Reibungskoeffizient, die relative Dielektrizitätskonstante eines Materials, der Lichtbrechungsindikator.

Man kann nur Zahlenwerte der gleichen Größe miteinander vergleichen. Auf diese Weise kann die qualitativ gleiche physikalische Größe unterschiedliche quantitative Werte haben. Zum Beispiel ist die Lichtgeschwindigkeit in einem Vakuum ungefähr gleich 300000 km/s, die Schallgeschwindigkeit in Luft - 330 m/s.

Unter den Bewertungen physikalischer Größen, die durch Tests durchgeführt werden, nehmen Messungen einen wichtigen Platz ein. Die Messung wird als ein kognitiver Prozess bezeichnet, bei dem die gemessene physikalische Größe mit ihrem Standardwert verglichen wird.

Nach der Definition können wir schreiben:

$$A = n\,\mathrm{B},$$

wobei A - gemessene Größe, n - numerischer Wert der gemessenen Größe, B - Maßeinheit

Dies ist die wichtigste Messgleichung.

Physikalische Größen werden durch griechische und lateinische Buchstaben gekennzeichnet. In Tabelle 1 ist das griechische und lateinische Alphabet dargestellt.

Tabelle 2. Griechisches und lateinisches Alphabet

Griechisches Alphabet			**Lateinisches Alphabet**	
Buchstabe (Groß klein)	*Aussprache (deutsch)*		*Buchstabe (Groß klein)*	*Aussprache (deutsch)*
Α α	Alpha		A a	A
Β β	Beta		B b	Be
Γ γ	Gamma		C c	Ce
Δ δ	Delta		D d	De
Ε ε	Epsilon		E e	E
Ζ ζ	Zeta		F f	Ef

Η η	Eta		G g	Ge
Θ ϑ	Teta		H h	Ha
Ι ι	Iota		I i	I
Κ χ	Kappa		J j	Jot (manchmal Je)
Λ λ	Lambda		K k	Ka
Μ μ	Mü		L l	El
Ν ν	Nü		M m	Em
Ξ ξ	Xi		N n	En
Ο ο	Omikron		O o	O
Π π	Pi		P p	Pe
Ρ ρ	Rho		Q q	Qu (manchmal Kwe)
Σ σ	Sigma		R r	Er
Τ τ	Tau		S s	Es
Υ υ	Ypsilon		T t	Te
Φ φ	Phi		U u	U
Χ χ	Chi		V v	Vau
Ψ ψ	Psi		W w	We
Ω ω	Omega		X x	Iks
			Y y	Ypsilon
			Z z	Zet

Arten von Messungen

Es gibt zwei Hauptarten von Messungen: die direkte Messung und die indirekte Messung.

Die *direkte Messung* ist ein Prozess, bei dem der numerische Wert der gemessenen Größe durch einmalige Beobachtung oder Ablesung von der Geräteskala ermittelt wird. Zu dieser Gruppe gehören die Messungen, die mit einem Messgerät durchgeführt werden, das in bestimmten Einheiten eingeteilt ist, und bei denen eine physikalische Messgröße mit ihren Maßen verglichen wird: Längenmessung mit dem Lineal, der Schiebelehre, dem Mikrometer; Zeitmesser, Stoppuhr; Masse - mit einer Hebelwaage mit Gewichten; Temperatur - mit einem Thermometer, usw. Die Messergebnisse sind aufgrund der Unvollkommenheit des Messgeräts, der sich ändernden äußeren Bedingungen, der begrenzten Möglichkeiten unseres Sinnesorgans und anderer Faktoren immer ungenau.

Indirekte Messung: Es ist offensichtlich, dass nicht alle Größen direkt gemessen werden können. Sehr oft wird das Ergebnis durch die direkte Messung einiger verschiedener Größen erhalten, die mit der gemessenen durch eine funktionale Abhängigkeit auf der Grundlage physikalischer Gesetzmäßigkeiten verbunden sind. Solche Messungen werden als indirekt bezeichnet.

Die kinetische Energie eines Körpers z.B., die nicht direkt gemessen werden kann, lässt sich leicht aus der Formel

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

bestimmen, nach Messung der Masse m und der Geschwindigkeit v.

Manche physikalische Größen können auf beide Arten ermittelt werden. So kann z.B. das Volumen einer kleinen Kugel direkt gemessen werden, indem man sie in einen Messzylinder mit Wasser taucht, oder indirekt - nach der Formel$d^3\pi/6$, wobei der Durchmesser d gemessen wird.

Maßeinheiten

Es muss so viele Maßeinheiten geben, wie es physikalische Größen gibt. Diese große Anzahl von physikalischen Größen kann verringert werden, weil viele von ihnen durch verschiedene Abhängigkeiten miteinander verbunden sind. Wenn man also einige Größen in Begriffen anderer Größen ausdrückt, beschränkt man sich auf eine geringere Anzahl von physikalischen Größen.

Aus der Vielfalt aller physikalischen Größen lassen sich einige als Basisgrößen abgrenzen. Die Maßeinheiten der Basisgrößen werden auch als *Basiseinheiten* (manchmal auch als *Grundeinheiten*) bezeichnet. Physikalische Größen, deren Einheiten durch die funktionale Abhängigkeit von Basisgrößen bestimmt werden, nennt man abgeleitete physikalische Größen. Ihre Einheiten werden *abgeleitete Einheiten* genannt. Die Maßeinheiten abgeleiteter Größen werden durch Definitionsgleichungen bestimmt. Definitionsgleichungen können zum Beispiel sein für:

Geschwindigkeit: $v = s/t$

Arbeit: $A = F \cdot s$

Trägheitsmoment: $I = m \cdot r^2$

Die Gesamtheit der Basis- und abgeleiteten Maßeinheiten bildet das Maßeinheitensystem der physikalischen Größen.

Internationales Einheitensystem (SI)

Im Jahr 1956 beschloss das Internationale Komitee für Maße und Gewichte die Einführung des Internationalen Einheitensystems (SI). Dieser Beschluss wurde 1960 auf der 11. allgemeinen Konferenz für Maße und Gewichte weiter diskutiert. Das internationale Einheitensystem wurde in der damaligen CSSR, in Norwegen und anderen Ländern eingeführt. In Ungarn und Frankreich wurde das SI-System per Regierungsdekret legalisiert. In Deutschland werden die Maßeinheiten vom Verwaltungsausschuss für Maß und Gewicht festgelegt, der auch das internationale Einheitensystem regelt. In Litauen wurde das Internationale System zur Messung physikalischer Größen 1980 verbindlich eingeführt.

Die sieben Basiseinheiten dieses Systems sind: Meter, Kilogramm, Sekunde, Ampere, Kelvin, Mol und Candela. Ergänzende Einheiten sind Radiant und Steradiant, die heute meist zu den abgeleiteten Einheiten gezählt werden. Das abgekürzte System wird mit den lateinischen Buchstaben SI bezeichnet (das System ist international). In Tabelle 3 sind die Basis- und die zusätzlichen SI-Einheiten aufgeführt.

Tabelle 3. Basiseinheiten

Größe	Symbol	Einheit	
		Name	Abkürzung
Basiseinheiten			
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A
Thermodynamische Temperatur	T	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I_v	Candela	cd
Ergänzende Einheiten			
Ebener Winkel	φ	Radiant	rad
Raumwinkel	Ω	Steradiant	sr

Definitionen dieser Einheiten:

Der *Meter,* Symbol m, ist die SI-Einheit der Länge. Sie ist definiert durch die Annahme des festen Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, c, als 299 792 458, ausgedrückt in der Einheit in der Einheit m s^{-1} ausgedrückt wird, wobei die Sekunde durch die Cäsiumfrequenz $\Delta\nu_{Cs}$ definiert ist.

Das *Kilogramm,* Symbol kg, ist die SI-Einheit der Masse. Sie wird definiert, indem man den festen numerischen Wert der Planck-Konstante h von 6,626 070 15 × 10^{-34}, ausgedrückt in der Einheit ausgedrückt in der Einheit J s, die kg m^2 s^{-1} entspricht, wobei der Meter und die Sekunde durch c und $\Delta\nu_{Cs}$ definiert sind.

Die *Sekunde,* Symbol s, ist die SI-Einheit der Zeit. Sie wird definiert, indem man den festen numerischen Wert der Cäsiumfrequenz, $\Delta\nu_{Cs}$, der ungestörten Hyperfeinstrukturfrequenz des Grundzustands des Cäsium-133-Atoms, als 9 192 631 770 annimmt, ausgedrückt in der Einheit Hz, wobei 1 Hz gleich 1 s^{-1} ist.

Das *Ampere,* Symbol A, ist die SI-Einheit für elektrischen Strom. Es ist definiert durch die Annahme des der Elementarladung e als 1,602 176 634 × 10^{-19} definiert, ausgedrückt in der Einheit C, die gleich A s ist, wobei die Sekunde durch $\Delta\nu_{Cs}$ definiert ist.

Das *Kelvin,* Symbol K, ist die SI-Einheit der thermodynamischen Temperatur. Sie wird definiert, indem man den festen Zahlenwert der Boltzmann-Konstante k als 1,380 649 × 10^{-23} annimmt, ausgedrückt in der Einheit J K^{-1}, was kg m^2 s^{-2} K^{-1} entspricht, wobei Kilogramm, Meter und Sekunde durch h, c und $\Delta\nu_{Cs}$ definiert sind.

Das *Mol*, Symbol mol, ist die SI-Einheit für die Menge eines Stoffes. Ein Mol enthält genau 6,022 140 76 × 10^{23} Elementarteilchen. Diese Zahl ist der feste numerische Wert der Avogadro-Konstante N_A, wenn sie in der Einheit mol^{-1} ausgedrückt wird. Die Stoffmenge, Symbol n, eines Systems ist ein Maß für die Anzahl der angegebenen Elementarteilchen. Eine elementare Einheit kann ein Atom, ein Molekül, ein Ion, ein Elektron, ein beliebiges anderes Teilchen oder eine bestimmte Gruppe von Teilchen sein.

Die *Candela,* Symbol cd, ist die SI-Einheit der Lichtstärke in einer bestimmten Richtung. Sie wird definiert, indem man den festen Zahlenwert der Lichtausbeute monochromatischer Strahlung mit einer Frequenz von 540 × 10^{12} Hz, K_{cd}, als 683 annimmt, ausgedrückt in der

Einheit lm W^{-1}, was cd srW^{-1} oder cd sr kg^{-1} m^{-2} s^3 entspricht, wobei das Kilogramm, Meter und Sekunde durch h, c und $\Delta\nu_{Cs}$ definiert sind.

Der *Radiant*, Symbol rad, ist die SI-Einheit für den ebenen Winkel. 1 rad ist gleich dem Winkel zwischen den beiden Kreisradien, wenn die Bogenlänge zwischen ihnen gleich der Länge des Kreisradius ist.

Der *Steradiant*, Symbol sr, ist die SI-Einheit für den Raumwinkel. 1 sr ist gleich dem Raumwinkel, dessen Scheitelpunkt in der Mitte einer Kugel liegt und eine Kugeloberfläche abschneidet, die dem Quadrat des Radius entspricht.

Zusätzlich zu den Basiseinheiten werden auch abgeleitete Einheiten verwendet. Einige davon sind in Tabelle 4 aufgelistet.

Tabelle 4. Abgeleitete SI-Einheiten

Größe	Symbol	Einheit	
		Name	Abkürzung
Raum- und Zeiteinheiten			
Fläche	A	Quadratmeter	m^2
Volumen	V	Kubikmeter	m^3
Geschwindigkeit	V	Meter pro Sekunde	m/s
Beschleunigung	A	Meter pro $Sekunde^2$	m/s^2
Frequenz (periodischer Prozesse)	f	Hertz	Hz
Drehfrequenz	n	$Sekunde^{-1}$	s^{-1}
Winkelgeschwindigkeit	ω	Radiant pro Sekunde	rad/s
Winkelbeschleunigung	α	Radiant pro $Sekunde^2$	rad/s^2
Mechanische Einheiten			
Dichte	ρ	Kilogramm pro Kubikmeter	kg/m^3
Impuls	p	Kilogramm Meter pro Sekunde	kg·m/s
Kraft	F	Newton	N
Druck	ρ, σ	Pascal	Pa
Arbeit, Energie	A, E	Joule	J
Leistung	P	Watt	W
Trägheitsmoment	I	Kilogramm $Meter^2$	$kg \cdot m^2$
Oberflächenspannung	σ	Newton pro Meter	N/m
Drehimpuls	L	Kilogramm $Meter^2$ pro Sekunde	kg m^2/ s
Akustische Einheiten			
Schallleistung	P	Watt	W
Schallintensität	I	Watt pro $Meter^2$	W/ m^2
Schalldruck	p	Pascal	Pa
Wärmeeinheiten			
Wärme	Q	Joule	J
Spezifische Wärmekapazität	c	Joule pro Kilogramm Kelvin	J/(kg· K)
Brennwert, spezifische Enthalpie, spezifische Verdampfungsenthalpie	H_S, h, H_v	Joule pro Kilogramm	J/kg
Temperaturkoeffizient	α	$Kelvin^{-1}$	K^{-1}

Elektrische und magnetische Einheiten			
Elektrische Stromdichte	j	Ampere pro Meter^2	A/m^2
Elektrische Ladung	q	Coulomb	C
Elektrische Raumladungsdichte	ρ	Coulomb pro Meter^3	C/m^3
Elektrische Oberflächenladungsdichte	σ	Coulomb pro Meter^2	C/m^2
Elektrische Spannung, Potential, Potentialdifferenz, elektromotorische Kraft	U, φ, $\Delta\varphi$, *EMK (EMF)*	Volt	V
Elektrische Feldstärke	E	Volt pro Meter	V/ m
Elektrische Kapazität	C	Farad	F
Elektrische Feldkonstante	ε_0	Farad pro Meter	F/m
Elektrischer Widerstand	R	Ohm	Ω
Spezifischer Widerstand	ρ	Ohm Meter	Ω m
Elektrische Leitfähigkeit	Λ	Siemens	S
Spezifische Leitfähigkeit	λ	Siemens pro Meter	S/m
Magnetischer Fluss	Φ	Weber	Wb
Magnetische Induktion	B	Tesla	T
Induktivität	L	Henry	H
Magnetische Feldkonstante	μ_0	Henry pro Meter	H/m
Strahlungsleistung	W	Joule	J
Wirkleistung	P	Watt	W
Elektrische Leistung	U,P	Volt Ampere	V·A
Optische Einheiten			
Lichtstrom	Φ	Lumen	lm
Beleuchtungsstärke	E	Lux	lx
Leuchtdichte	S	Candela pro Meter^2	cd/m^2
Brechkraft	D	Dioptrie	D
Radioaktivitätseinheiten			
Energiedosis	D	Gray	Gy
Dosisleistung	N	Gray pro Sekunde	Gy/s
Aktivität	A	Becquerel	Bq

Vielfach- und Teileinheiten

Neben den SI-Basiseinheiten werden auch Vielfach- und Teileinheiten verwendet, die durch Multiplikation mit 10^n zu SI-Einheiten werden. Dabei ist n eine ganze Zahl. In einigen Fällen wird ein Multiplikator 10^n in eine Maßeinheit mit einem bestimmten Präfix umgewandelt (siehe Tabelle 5).

Tabelle 5. Präfixe und Multiplikatoren für die Einheitenbildung

Vielfacheinheiten			Teileinheiten		
Faktor	Abkürzung	Präfix	Faktor	Abkürzung	Präfix
10^{1}	da	Deka-	10^{-1}	d	Dezi-
10^{2}	h	Hekto-	10^{-2}	c	Zenti-
10^{3}	k	Kilo-	10^{-3}	m	Milli-
10^{6}	M	Mega-	10^{-6}	μ	Mikro-
10^{9}	G	Giga-	10^{-9}	n	Nano-
10^{12}	T	Tera-	10^{-12}	p	Piko-
10^{15}	P	Peta-	10^{-15}	f	Femto-
10^{18}	E	Exa-	10^{-18}	a	Ato-

Vielfach- und Teileinheiten sind keine SI-Einheiten. Die Präfixe Hekto-, Deka-, Dezi-, und Zenti- werden nur verwendet, um weit verbreitete und in der Praxis verwendete Einheiten zu bilden. Zum Beispiel: Hektar, Deziliter, Zentimeter.

Man kann nicht zwei Präfixe auf einmal verwenden. Zum Beispiel 10^{9} m=1 Gm, aber nicht 10^{9}m =10^{6} 10^{3}m = 1 Mkm.

Wenn eine komplexe abgeleitete Einheit verwendet wird, dann wird das Präfix der ersten multiplizierenden Einheit hinzugefügt, die im Zähler des Bruchs steht. Zum Beispiel: kPa s/m, aber nicht Pa ks/m. In diesen Fällen, wenn die Einheiten in der Praxis weit verbreitet sind, kann man das Präfix an die Einheit anhängen, die im Nenner des Bruchs steht. Zum Beispiel: kV/cm, A/mm^{2}.

Vielfach- und Teileinheiten werden so gewählt, dass die numerischen Werte der physikalischen Größe im Intervall von 0,1 bis 1000 liegen. Es ist ratsam, Vielfach- und Teileinheiten nur im Endergebnis anzugeben und SI-Einheiten in Berechnungen zu verwenden, wobei die Präfixe durch Multiplikatoren 10^{n} geändert werden.

Zusätzlich zu den eben genannten dezimalen Vielfach- und Teileinheiten werden auch Vielfach- und Teileinheiten für die Zeit und den ebenen Winkel verwendet, die nicht dezimal sind. Zum Beispiel Zeiteinheiten: Minute, Stunde, 24 Stunden; ebene Winkeleinheiten: Grad, Minute, Sekunde. In gleicher Weise werden auch Einheiten verwendet, die eine breite Anwendung gefunden haben, z. B. eine Woche, ein Monat, ein Jahr, ein Zeitalter. Nicht-systemische Einheiten wie Zeit (Minute, Stunde, 24 Stunden), ebener Winkel (Grad, Minute, Sekunde), Länge (Lichtjahr), Masse (atomare Masseneinheit) und andere werden nicht mit Präfixen verwendet. Die nicht-systemischen Einheiten und ihr Verhältnis zu den SI-Einheiten sind in Tabelle 6 dargestellt.

Tabelle 6. Nicht-systemische Einheiten und ihr Verhältnis zu SI-Einheiten

Größe	Einheit		
	Name	Abkürzung	Beziehung zu SI-Einheiten
Masse	Tonne, Zentner, Atomare Masseneinheit	t Ztr U	10^3 kg 100 kg $1{,}66\cdot10^{-27}$kg
Zeit	Minute, Stunde, Tag	min. h d	60 s 3600 s 86400 s
Ebener Winkel	Grad, (Winkel-) Minute, (Winkel-) Sekunde	° ′ ″	$1{,}74\cdot10^{-2}$ rad $2{,}91\cdot10^{-4}$ rad $4{,}85\cdot10^{-6}$ rad
Volumen	Liter	l	10^{-3} m^3
Länge	Astronomische Einheit, Lichtjahr, Parsec Ångström	AE Lj pc Å	$1{,}50\cdot 10^{11}$m $9{,}46\cdot10^{15}$m $3{,}09\cdot10^{16}$m 10^{-10}m
Fläche	Hektar Ar	ha a	$10^4 m^2$ 100 m^2
Energie	Elektronvolt	eV	$1{,}6\cdot10^{-19}$ J
Arbeit	Wattstunde	Wh	$3{,}6\cdot10^3$J
Druck	Atmosphäre	atm	10^5Pa
Blindleistung	Var	var	
Kraft	Kilopond	kp	9,8 N
Temperatur	Grad Celsius	°C	Temperaturdifferenz: 1 °C = 1 K Absolute Temp: 0 °C ≙ 273,15 K

Im Jahr 2019 wurden die SI-Basiseinheiten in Übereinstimmung mit dem Internationales Größensystem neu definiert, mit Wirkung zum 144. Jahrestag der Meterkonvention am 20. Mai 2019. Bei der Neudefinition wurden vier der sieben SI-Basiseinheiten - das Kilogramm, das Ampere, das Kelvin und das Mol - neu definiert, indem genaue Zahlenwerte für die Planck-Konstante ($\hbar$), die elektrische Elementarladung (e), die Boltzmann-Konstante (k_B) bzw. die Avogadro-Konstante (N_A) festgelegt wurden. Die Sekunde, der Meter und die Candela waren bereits durch physikalische Konstanten definiert und unterlagen keiner Korrektur ihrer Definitionen. Die neuen Definitionen zielten darauf ab, das SI zu verbessern, ohne den Wert einer Einheit zu ändern, um die Kontinuität mit bestehenden Messungen zu gewährleisten. Im November 2018 genehmigte die 26. Generalkonferenz für Maße und Gewichte (CGPM) einstimmig diese Änderungen, die das Internationale Komitee für Maße und Gewichte (CIPM) Anfang des Jahres vorgeschlagen hatte, nachdem es festgestellt hatte, dass die zuvor vereinbarten Bedingungen für die Änderung erfüllt waren. Diese Bedingungen wurden durch eine Reihe von Experimenten erfüllt, bei denen die Konstanten mit hoher Genauigkeit im Vergleich zu den alten SI-Definitionen gemessen wurden und die den Höhepunkt jahrzehntelanger Forschung darstellten.

Weiterer Lesestoff
https://de.wikipedia.org/wiki/Internationales_Einheitensystem#Seit_2019:_Definition_%C3%BCber_physikalische_Konstanten
https://www.bipm.org/utils/en/pdf/CIPM/CIPM2017-EN.pdf?page=23

Näherungsweise Berechnungen

Es ist sinnlos, eine genauere Berechnung vorzunehmen, als es der Aufgabentyp erlaubt.

Bei verschiedenen Aufgaben sind die numerischen Werte der untersuchten Größen in der Regel Näherungswerte. Auch viele der Konstanten sind Näherungswerte. Zum Beispiel ist der praktisch verwendete Wert der Beschleunigung des frei fallenden Objekts: g = 9,81 m/s^2, das Verhältnis des Kreisumfangs zu seinem Durchmesser: π = 3,14, die Elektronenmasse: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg. Bei genauer Berechnung ergeben sich folgende Werte für diese Größen: g = 9,80665 m/s^2, π = 3,1416, $m_e = 9{,}106 \cdot 10^{-31}$ kg. Und diese Werte sind auch Näherungswerte. Deshalb müssen bei der Berechnung solche Mengen- und Konstantenwerte genommen werden, die mit der geforderten Arbeitsgenauigkeit übereinstimmen.

Bei Näherungsrechnungen unterscheidet sich die Notation 15,8 von 15,80. Die Notation 15,8 bedeutet, dass die Zahl nur auf eine Stelle nach dem Komma genau ist, d.h., der tatsächliche Zahlenwert ist von 15,75 bis 15,84. Die Notation 15,80 bedeutet, dass die Zahl nur auf eine Stelle nach dem Komma genau ist, d.h. der tatsächliche Zahlenwert ist von 15,795 bis 15,804.

Als *signifikante Ziffern einer Zahl* (auch: *signifikante Stellen einer Zahl*) werden alle angegebenen Ziffern bezeichnet, mit Ausnahme eventuell führender Nullen. Zum Beispiel hat die Zahl 0,0708 drei signifikante Ziffern. Die ersten beiden Nullen auf der linken Seite der Zahl sind nicht signifikant, die Null zwischen sieben und acht ist signifikant. In der Zahl 6100 gibt es vier signifikante Ziffern. Eine Notation $6{,}1 \cdot 10^3$ bedeutet, dass es nur zwei signifikante Ziffern gibt (sechs und eins). Nullen, die am Ende einer ganzen Zahl anstelle von unbekannten Ziffern geschrieben werden und nur eine Zahlenreihe ausdrücken, sind nicht signifikant. In diesen Fällen ist es besser, keine Nullen an das Ende einer Zahl zu schreiben, sondern sie durch 10^n zu ersetzen.

Wenn zum Beispiel der Wert einer Zahl 4200±100 ist, dann sollte diese Zahl wie folgt geschrieben werden: $42 \cdot 10^2$ oder $4{,}2 \cdot 10^3$. Damit wird betont, dass die Zahl zwei signifikante Ziffern enthält.

Rundungsregeln

Die erste Regel:

Runden, Streichen von Ziffern, wenn die erste der weggelassenen Ziffern kleiner als 5 ist (abrunden).

Zum Beispiel: 73,42 ≈ 73 (auf die Einerstelle)
806,03 ≈ 806 (auf die Einerstelle)
442 ≈ 440 (auf die Zehnerstelle)

Die zweite Regel:

Wenn die erste der weggelassenen Zahlen größer als 5 ist, dann erhöht sich die letzte Ziffer um 1 (aufrunden).

Die letzte Ziffer wird auch dann um 1 erhöht, wenn die erste der weggelassenen Zahlen gleich 5 ist und es danach eine oder mehrere Ziffern gibt, die ungleich Null sind.

Zum Beispiel: 35,852 ≈ 35,85 (auf zwei Nachkommastellen)
35,852 ≈ 35,9 (auf eine Nachkommastelle)
35,852 ≈ 36 (auf die Einerstelle)

Die dritte Regel:

Wenn beim Runden einige Zahlen weggelassen werden müssen, dann wird nicht schrittweise gerundet, eine Zahl nach der anderen, sondern alle Zahlen werden auf einmal weggelassen. Sonst kann die Rundung falsch sein.

Zum Beispiel:

Die Zahl 565,46 soll auf die Einerstelle gerundet werden.
richtig: $565{,}46 \approx 565$;
falsch: zuerst auf die erste Nachkommastelle runden: $565{,}46 \approx 565{,}5$;
dann auf die Einerstelle runden: $565{,}5 \approx 566$.

Runden bei Termen

Wenn nicht alle Zahlen gleich viele Stellen haben, werden sie zur Erleichterung der Berechnung gerundet. Dies geschieht nach den Regeln 1, 2, 3, wobei auf eine Nachkommastelle mehr gerundet wird, als die ungenaueste Zahl Nachkommastellen hat.

Zum Beispiel (die ungenaueste Zahl hat hier eine Nachkommastelle, also wird auf zwei Nachkommastellen gerundet):

$$\frac{(23{,}2 + 0{,}442 + 7{,}247)\cdot 1{,}8364}{2{,}412} \approx \frac{(23{,}2 + 0{,}44 + 7{,}25)\cdot 1{,}84}{2{,}41}$$

- Addiert oder subtrahiert man gerundete Zahlen, so bleiben im Ergebnis nach dem Komma so viele Zahlen übrig, wie im Summanden mit der kleinsten Dezimalzahl enthalten sind.

  Zum Beispiel:

  $$23{,}2 + 0{,}442 + 7{,}247 \approx 23{,}2 + 0{,}44 + 7{,}25 \approx 30{,}89 \approx 30{,}9$$

- Beim Multiplizieren und Dividieren bleiben im Ergebnis so viele signifikante Zahlen übrig, wie sie im Summanden mit der kleinsten signifikanten Ziffer enthalten sind.

  Zum Beispiel:

  $$30{,}9 \cdot 1{,}8364 \approx 30{,}9 \cdot 1{,}84 = 56{,}856 \approx 56{,}9$$

  $$56{,}9 : 2{,}412 \approx 56{,}9 : 2{,}41 = 23{,}609 \approx 23{,}6$$

  Bei der Multiplikation und Division wird eine Ausnahmeregel angewendet:

- Wenn einer der Multiplikatoren mit einer Eins beginnt und ein anderer, der die geringste Anzahl signifikanter Ziffern hat, mit einer anderen Ziffer, dann bleibt im Ergebnis eine Ziffer mehr übrig, als sie in der Zahl mit der geringsten Anzahl signifikanter Ziffern war.

  Zum Beispiel:

  $$13{,}27 \cdot 0{,}84 \approx 13{,}3 \cdot 0{,}84 \approx 11{,}2 \text{ (aber nicht 11)}$$

- Beim Erhöhen des Grades werden so viele signifikante Ziffern im Ergebnis belassen, wie es auf der Basis eines Grades gibt.

Zum Beispiel:

$$(11{,}38)^2 = 129{,}5044 \approx 129{,}5$$

$$216^3 \approx 101 \cdot 10^5$$

- Beim Wurzelziehen werden so viele signifikante Ziffern im Ergebnis belassen, wie unter einer Wurzel vorhanden sind.

  Zum Beispiel:

$$\sqrt{5{,}12} = 1{,}724 \approx 1{,}72$$

- Bei der Berechnung des Logarithmus muss man so viele signifikante Ziffern nehmen, wie in einer bestimmten Zahl enthalten sind.

  Zum Beispiel:

$$\lg 77{,}23 \approx 2{,}8878 \approx 2{,}888$$

- Bei der Durchführung von Zwischenrechnungen muss man eine Stelle mehr lassen, als in den Rundungsregeln für mathematische Berechnungen angegeben ist. Diese Reserveziffer wird dann im Endergebnis verworfen.

  Zum Beispiel:

$$\frac{(23{,}2 + 0{,}442 + 7{,}247)\cdot 1{,}8364}{2{,}412} \approx \frac{(23{,}2 + 0{,}44 + 7{,}25)\cdot 1{,}84}{2{,}41} \approx$$
$$\approx \frac{30{,}89 \cdot 1{,}84}{2{,}41} \approx \frac{56{,}838}{2{,}41} \approx 23{,}58 \approx 23{,}6$$

Messfehler

Klassifikation von Messfehlern

Messfehler werden in der Regel in drei Gruppen eingeteilt: grobe Messfehler, systematische Messfehler und zufällige Messfehler.

Grobe Messfehler werden durch Gerätefehler, sofortige Änderung der Messbedingungen, geringe Qualifikation des Experimentators oder mangelnde Aufmerksamkeit verursacht. Wenn man z. B. den Wert eines Items auf der Skala des Instruments falsch berechnet hat, erhält man falsche Daten; wenn man unaufmerksam ist, schreibt man 64 statt 54 usw. Grobe Messfehler werden nicht gewertet. Sie werden durch sorgfältige Wiederholung der Messungen und Berechnungen mit Hilfe eines höher qualifizierten Versuchsleiters beseitigt.

Der Grund für systematische Messfehler ist die Unvollkommenheit der Messgeräte und die Unzulänglichkeit der Messmethoden. Diese Messfehler treten aufgrund der unvollkommenen Konstruktion der Messgeräte und der Ungenauigkeit ihrer Herstellung auf, z. B. durch einen kleinen Unterschied in der Hebelarmschulter. Bei systematischen Messfehlern weichen die Daten bei wiederholten Messungen vom exakten Wert nach ein und derselben Seite ab. Systematische Messfehler werden durch die Überprüfung der Instrumente, die Verbesserung der Theorie und der Versuchsmethoden sowie den Vergleich der gleichen Messgröße mit verschiedenen Methoden verringert.

Die Ursachen für zufällige Messfehler sind zufällige und unkontrollierbare Störungen, deren Einfluss auf die Messergebnisse nicht direkt bewertet werden kann. Es gibt verschiedene Arten von Störungen, ihre Art und ihr Einfluss auf das Messergebnis sind unterschiedlich. So hängt z. B. die Zählung der Skalenpunkte davon ab, wo sich das Auge des Beobachters befindet (Abb.7). Im Fall B wird der Wert der Messung verringert, im Fall C erhöht.

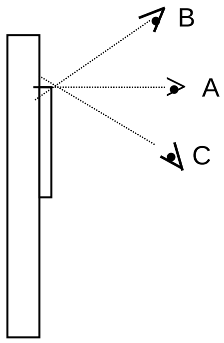


Abb. 7. Abhängigkeit der Skalenablesung von der Position des Betrachters

Bei sehr empfindlichen Hebelwaagenanzeigen können Schmutzflecken, die sich während des Wägens auf der Platte absetzen, oder eine Verlängerung der Hebelschulter durch die nahe Hand des Experimentators, usw., einen Einfluss haben.

Für zufällige Messfehler Verzerrungen gelten Wahrscheinlichkeitsgesetze, und es besteht die gleiche Wahrscheinlichkeit, dass der tatsächliche Messwert auf beiden Seiten falsch ist.

In diesem Fall besteht der Hauptunterschied zwischen zufälligen Messfehlern und systematischen Messfehler darin, dass bei wiederholten Messungen das Ergebnis auf beiden Seiten vom tatsächlichen Wert abweicht. Der Einfluss zufälliger Messfehler wird auf eine bestimmte Weise bei der Verarbeitung von Messdaten physikalischer Größen bewertet. Man kann versuchen, die am stärksten wirkenden Störungen zu beseitigen, aber es ist unmöglich, sie vollständig zu eliminieren.

Zufällige Messfehler können durch mehrmaliges Wiederholen der Messungen verringert werden.

Wir möchten daran erinnern, dass Messfehler je nach Ausdrucksform in absolute und relative unterteilt werden.

Nehmen wir an, nach einigen Messungen wurde der Durchmesser einer Kugel wie folge festgestellt:

$$d = (2{,}000 \pm 0{,}001)\ \text{m}.$$

In diesem Fall ist eine Abweichung von 1 mm zufriedenstellend, aber wenn wir einen Kugeldurchmesser von 3 mm mit der gleichen Abweichung messen würden, wäre das Ergebnis nicht zufriedenstellend. Anhand dieses Beispiels kann man sehen, dass der absolute Messfehler die Messqualität nicht vollständig beschreibt. Der relative Messfehler definiert die Messgenauigkeit und zeigt, welcher Teil der gemessenen Größe ein absoluter Messfehler verursacht.

Im gegebenen Beispiel ist im ersten Fall (Kugeldurchmesser 2 m) der relative Messfehler

$$\varepsilon_1 = 0{,}001 : 2 \cdot 100\% = 0{,}05\%$$

Im zweiten Fall (Kugeldurchmesser 3 mm) beträgt der relative Messfehler

$$\varepsilon_2 = 1 : 3 \cdot 100\% = 33\%,$$

obwohl in beiden Fällen der absolute Messfehler der gleiche ist.

Messfehler bei direkter Mesung

Die Abweichung der gemessenen physikalischen Größe x von ihrem wahren Wert x_0 definiert den Messfehler, der durch die Einheiten der gemessenen Größe ausgedrückt wird:

$$\delta x = |x - x_0|$$

Dies ist der absolute Messfehler.

Da wir den wahren Wert x_0 nicht kennen, kennen wir auch die Messabweichung δx nicht, können sie jedoch unter Berücksichtigung der Gründe für ihr Auftreten bewerten. Messfehler werden auf zwei Arten bewertet: entweder durch Angabe des größtmöglichen absoluten Werts des Messfehlers Δx, für den gilt:

$$|\delta x| \leq \Delta x$$

Oder den Messfehler Δx_p und eine Wahrscheinlichkeit P, sodass

$$|\delta x| \leq \Delta x_P$$

Die Größe P wird als *Konfidenzwahrscheinlichkeit* bezeichnet, und Δx_p als die Breite des *Konfidenzintervalls*.

In diesem Fall wird der Wert der gemessenen Größe X geschrieben und das Konfidenzintervall und der Konfidenzkoeffizient definiert:

$$X = x \pm \Delta x_P \cdot P$$

Auf diese Weise werden für die physikalische Messung zwei Hauptanforderungen gestellt:

1) das Intervall Δx_p zu bestimmen, in dem der wahre Wert der Messgröße liegt.
2) ein Vertrauensintervall anzugeben, d.h. die Wahrscheinlichkeit P, dass der wahre Wert der Messgröße in diesem Intervall liegt.

Relativer Messfehler:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0}$$

drückt den Messfehler durch die gemessenen Mengenanteile oder einen Prozentsatz aus.

Auf einem Gerät für direkte Messung ist üblicherweise ein *reduzierter Messfehler* γ angegeben, der den größtmöglichen Messfehler Δx (üblicherweise beim Skalenwert 1) auf den höchstmöglichen Skalenwert N_m bezieht:

$$\gamma = \Delta x / N_m$$

Der reduzierte Fehler, ausgedrückt in Prozent, wird als hohe Genauigkeit (manchmal auch obere Genauigkeit) bezeichnet. Das heißt, eine auf dem Messgerät angegebene Genauigkeit von 0,5 bedeutet, dass, wenn sich der Zeiger des Geräts über den gesamten Skalenbereich bewegt, beträgt der relative Messfehler 0,5 %.

Ein anderes Merkmal eines Messgeräts ist seine *Empfindlichkeit* (Sensitivität) S, deren Zahlenwert einer Anzahl von Punkten entspricht, über die der Zeiger ausschlägt, nachdem sich die gemessene Größe um einen Punkt verändert hat:

$$S = N / \Delta y$$

Hierbei ist Δy die Änderung der Messgröße, und N die daraus resultierende Zeigerbewegung, gemessen an einer Anzahl von Punkten/Skalenstrichen.

Die der Empfindlichkeit entgegengesetzte Größe y_0 gibt an, um wie viel sich die gemessene Größe ändert, nachdem der Zeiger des Instruments über einen Skalenstrich bewegt wurde.

$$y_0 = \frac{1}{S} = \frac{\Delta y}{N}$$

Messfehler bei indirekter Messung

In jenen Fällen, in denen eine physikalische Größe nicht direkt gemessen werden kann, werden indirekte Messungen verwendet. Dabei werden direkt messbare Größen verwendet, und die eigentlich zu bestimmende physikalische Größe wird dann durch einen funktionalen Zusammenhang mit den gemessenen Größen berechnet.

Nehmen wir an, die physikalische Größe z ist eine Funktion der direkt gemessenen Größen a, b, …:

$$z = f\ (a, b, \dots)\ .$$

Der Messfehler der indirekt gemessenen Größe z hängt von den Messfehlern der direkt gemessenen Größen (a, b, …) ab. Der Einfluss jeder direkt gemessenen Größe auf die Genauigkeit von z hängt von ihrer funktionalen Beziehung ab.

Wenn zum Beispiel in der Formel für das Zylindervolumen $V = \pi R^2 \cdot H$ der Grad von R (Zylinderradius) gleich zwei und der Grad von H (Zylinderhöhe) eins ist, dann ist bei gleicher Messgenauigkeit der Einfluss eines Messfehlers von H auf die Abweichung des Volumens V kleiner als der Einfluss eines Messfehlers von R.

Die absoluten Messfehler bei indirekten Messungen werden wie folgt ermittelt:

Der gegebene Ausdruck $z = f\ (a, b, \dots)$ wird differenziert (die Variablen sind die direkt gemessene Größen a, b, …);

das Differenzierungssymbol ∂ bzw. d wird in das Symbol für den Messfehler Δ umgewandelt;

die Terme mit a, b, … werden entsprechend gruppiert und ihre absoluten Werte werden angeschrieben.

$$\Delta z_{\max} = \left|\frac{\partial f(a, b, \dots)}{\partial a}\Delta a\right| + \left|\frac{\partial f(a, b, \dots)}{\partial b}\Delta b\right| + \cdots$$

Beispiele:

1. $V = a \cdot b \cdot c$

$$\mathrm{d}V = (b \cdot c)\mathrm{d}a + (a \cdot c)\mathrm{d}b + (a \cdot b)\mathrm{d}c$$
$$\Delta V = b \cdot c \cdot \Delta a + a \cdot c \cdot \Delta b + a \cdot b \cdot \Delta c$$

2. $V = \pi R^2 \cdot H$

$$dV = 2\pi R\, H \cdot dR + \pi R^2\, dH$$
$$\Delta V = 2\pi R\, H \cdot \Delta R + \pi R^2\, \Delta H$$

Bei der Schätzung des Messfehlers einer indirekt gemessenen Größe z ist es oft zweckmäßiger, zunächst den relativen Messfehler ε dieser Größe und dann den absoluten Messfehler Δz zu berechnen.

Nach der Definition ist der relative Messfehler gleich:

$$\varepsilon = \Delta z / z$$

Den relativen Messfehler des Ergebnisses kann man wie folgt bestimmen:

- Die Funktion $z = f(a, b, \dots)$ wird logarithmisch (mit Basis e) berechnet;
- der erhaltene Ausdruck wird differenziert (die Variablen sind die direkt gemessene Größen a, b, …);
- das Differenzierungssymbol ∂ bzw. d wird in das Symbol für den Messfehler Δ umgewandelt;
- die Terme mit a, b, … werden entsprechend gruppiert und ihre absoluten Werte werden angeschrieben.

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\Delta z_{\max}}{z} = \left| \frac{1}{f(a, b, \dots)} \frac{\partial f(a, b, \dots)}{\partial a} \right| \Delta a + \left| \frac{1}{f(a, b, \dots)} \frac{\partial f(a, b, \dots)}{\partial b} \right| \Delta b + \cdots$$
$$\Delta z_{\max} = \varepsilon_{\max}\, z$$

Beispiele:

1. $Q = \frac{U^2}{R} t$

$$\ln Q = 2 \ln U + \ln t - \ln R$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 2 \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta t}{t}$$

2. $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$

$$\ln g = \ln 4 + 2 \ln \pi + \ln l - 2 \ln T$$

$$\frac{\Delta g}{g} = 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} + \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T}$$

Auf diese Weise erhalten wir den relativen maximalen Messfehler ε_{max} und den absoluten maximalen Messfehler z_{max}. Dies ist die größte indirekt gemessene Abweichung der Größe z, die sich ergeben würde, wenn die Messfehler aller direkt gemessenen Größen den Wert von z auf die gleiche Seite ändern würden. Auf diese Weise ist der berechnete Fehler der Größe z wahrscheinlich größer als der tatsächliche, weil die Wahrscheinlichkeit, dass alle Messfehler der gemessenen Größen maximal sind und das gleiche Vorzeichen haben, eher klein ist.

Einige Formeln zur Bewertung des Messfehlers bei indirekten Messungen sind in den Tabellen 7 und 8 dargestellt.

Tabelle 7. Messfehler bei indirekten Messungen (abhängig von einer Variablen)

Nr.	Funktion	Absoluter Messfehler	Relativer Messfehler
1.	nA	$n\Delta A$	$\frac{\Delta A}{\lvert A\rvert}$
2.	A^n	$nA^{n-1}\Delta A$	$\frac{n\Delta A}{\lvert A\rvert}$
3.	$\sqrt[n]{A}$	$\frac{1}{n}A^{\left(\frac{1}{n}-1\right)}\cdot\Delta A$	$\frac{1}{n}\frac{\Delta A}{A}$
4.	$\sin A$	$(\cos A)\,\Delta A$	$(\cot A)\,\Delta A$
5.	$\cos A$	$(\sin A)\,\Delta A$	$(\tan A)\,\Delta A$
6.	$\tan A$	$\frac{\Delta A}{\cos^2 A}$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2A}$
7.	$\cot A$	$\frac{\Delta A}{\sin^2 A}$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2A}$
8.	$\ln A$	$\frac{\Delta A}{A}$	$\frac{\Delta A}{A\ln A}$
9.	e^A	$e^A\Delta A$	ΔA

Tabelle 7. Messfehler bei indirekten Messungen (abhängig von mehreren Variablen)

Nr.	Funktion	Messfehler		Mittlerer quadratischer Messfehler	
		Absolut	Relativ	Absolut	Relativ
1.	$A \pm B$	$\Delta A \pm \Delta B$	$\frac{\Delta A \pm \Delta B}{A \pm B}$	$\sqrt{\sigma_A + \sigma_B}$	$\frac{\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}}{\lvert A \pm B\rvert}$
2.	$A \cdot B$	$\mathrm{A}\cdot\Delta B \pm B\cdot\Delta\mathrm{A}$	$\frac{\Delta\mathrm{A}}{A} + \frac{\Delta B}{B}$	$\sqrt{A^2\sigma_B^2 + B^2\sigma_A^2}$	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2}$
3.	A/B	$\frac{A\Delta B + B\Delta A}{B^2}$	$\frac{\Delta\mathrm{A}}{A} + \frac{\Delta B}{B}$	$\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{B^2} + \frac{A^2}{B^4}\sigma_B^2}$	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2}$
4.	$A^n \cdot B^m \cdot \ldots$ $\ldots \cdot C^k$	–	$n\frac{\Delta\mathrm{A}}{A} + m\frac{\Delta B}{B} + \ldots$ $\ldots + k\frac{\Delta C}{C}$	–	$\sqrt{n^2\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + m^2\left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2 + \cdots + k^2\left(\frac{\sigma_C}{C}\right)^2}$

Identifikation von Variablen

Eine Variable (in der Physik) ist jeder Faktor, der das Verhalten eines Versuchsaufbaus beeinflussen kann. Der Faktor, der während einer Untersuchung manipuliert wird, ist die unabhängige Variable. Der Faktor, der von der unabhängigen Variable abhängt, ist die abhängige Variable.

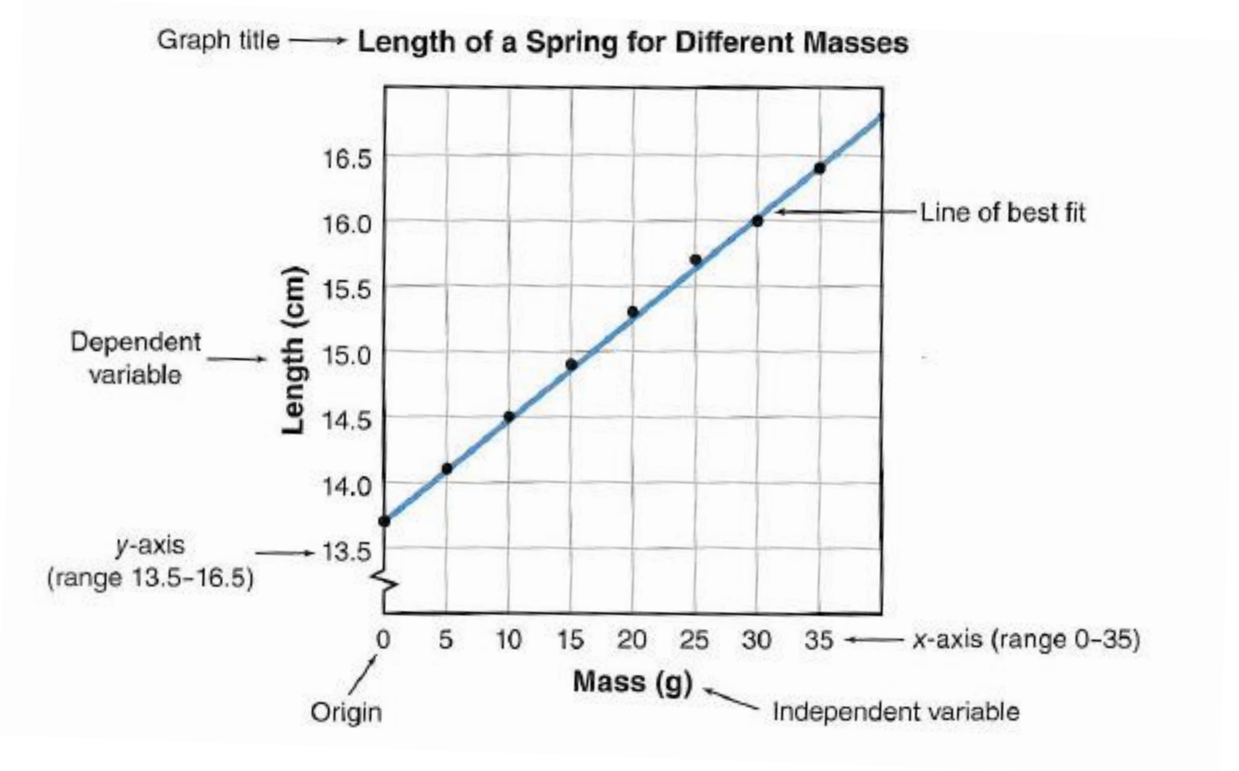


Abb. 8. Graph

Ein Funktionsgraph zeigt, wie sich die abhängige Variable mit der unabhängigen Variable verändert.

Schritte zum Skizzieren eines Funktionsgraphen aus einer Wertetabelle:

1. Identifizieren Sie die unabhängige Variable und die abhängige Variable in Ihren Daten.
2. Bestimmen Sie den Bereich der aufzuzeichnenden unabhängigen Variable.
3. Entscheiden Sie, ob der Ursprung (0,0) ein gültiger Datenpunkt ist.
4. Verteilen Sie die Daten so weit wie möglich. Lassen Sie jede Teilung auf dem Millimeterpapier für eine geeignete Einheit stehen (Am besten Vielfache von 2, 5, 10).
5. Nummerieren und beschriften Sie die horizontale Achse.
6. Wiederholen Sie die Schritte 2-5 für die abhängige Variable.
7. Zeichnen Sie die Datenpunkte in das Koordinatensystem ein.
8. Zeichnen Sie die am besten passende gerade Linie oder glatte Kurve, die durch so viele Datenpunkte wie möglich verläuft (Augenmaß). Verwenden Sie keine Reihe von Geradensegmenten, die die Punkte verbinden.
9. Geben Sie dem Graphen einen Titel, aus dem klar hervorgeht, was der Graph darstellt.

Aufgabe 1:

Die Massenwerte bestimmter Volumenswerte von Goldnuggets sind in der nachstehenden angegeben:

Volumen (cm^3)	Masse (g)
1.0	19.4
2.0	38.6
3.0	58.1
4.0	77.4
5.0	96.5

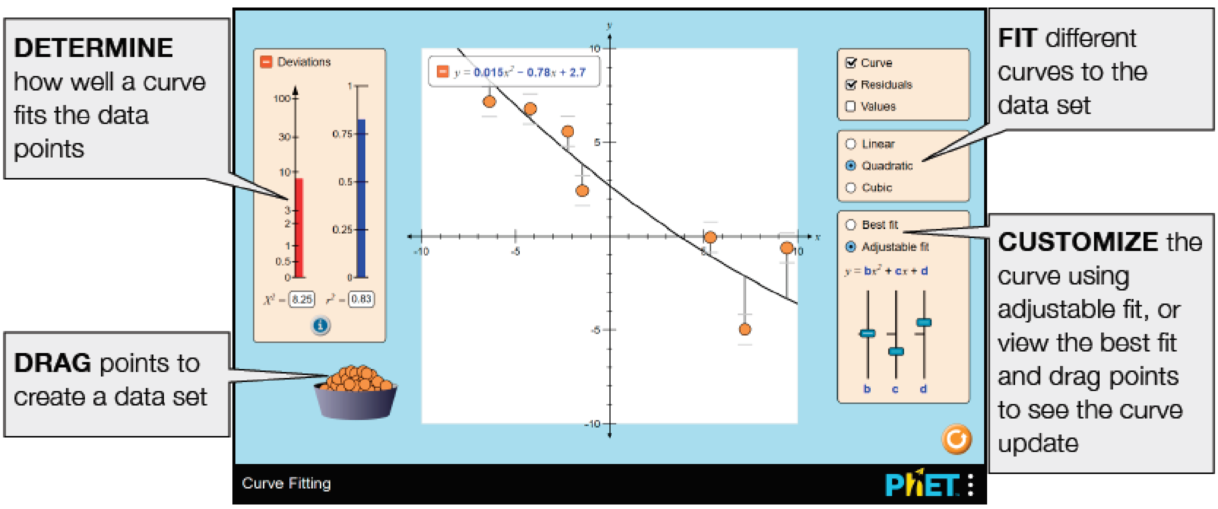
a) Stellen Sie die Masse im Verhältnis zum Volumen anhand der in der Tabelle angegebenen Werte dar und zeichnen Sie die Kurve, die am besten zu allen Punkten passt.
b) Beschreiben Sie die resultierende Kurve
c) Welche Art von Beziehung besteht laut der Grafik zwischen der Masse der Goldnuggets und ihrem Volumen?
d) Welchen Wert hat die Steigung dieser Kurve? Geben Sie die richtigen Einheiten an.
e) Geben Sie die Gleichung an, die die Masse als Funktion des Volumens für Gold darstellt.
f) Schreiben Sie eine Interpretation für die Steigung der Linie.

Aufgabe 2:

Öffnen Sie die unten angegebene Internetseite. Ziehen Sie Datenpunkte und ihre Fehlerbalken und beobachten Sie, wie die Polynomkurve mit der besten Anpassung sofort aktualisiert wird. Wählen Sie die Art der Anpassung: linear, quadratisch oder kubisch. Die reduzierte Chi-Quadrat-Statistik zeigt Ihnen, wann die Anpassung gut ist. Sie können auch versuchen, die beste Anpassung zu finden, indem Sie die Anpassungsparameter manuell einstellen.

https://phet.colorado.edu/en/simulation/curve-fitting

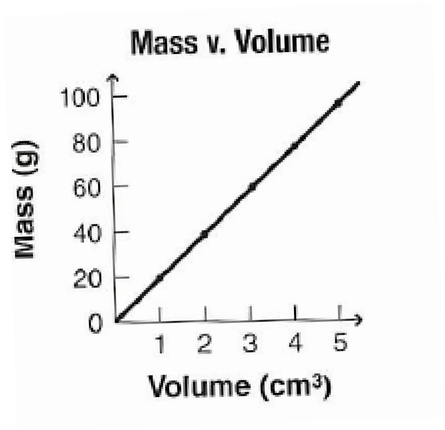
The ***Curve Fitting*** simulation allows students to explore how the number of data points and uncertainty around them can affect chi squared and r squared.



Fehlerbalken - wird verwendet, um die Unsicherheit der Daten in einem Diagramm anzugeben (die halbe Länge des Fehlerbalkens entspricht einer Standardabweichung

Lösung Aufgabe 1

a)



b) eine gerade Linie, c) die Beziehung ist linear, d) die Steigung ist $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{96.5\ \text{g} - 19.4\ \text{g}}{5.0\ \text{cm}^3 - 1.0\ \text{cm}^3} =$ $= 19\ \text{g/cm}^3$, e) $m = (19\ \text{g/cm}^3)\ V$, f) Die Masse pro Kubikzentimeter Gold beträgt 19 g.

Graphen von Bewegungsfunktionen

Entfernung - ist die gesamte Länge des Weges, den ein Objekt zurücklegt, auch wenn sich das Objekt in viele Richtungen bewegt

Vektor - eine Größe, die einen Betrag und eine Richtung hat (siehe auch das Material zum Brückenkurs Mathematik – Kapitel Vektoren)

Ein *Zeitintervall* ist ein Skalar (eine Menge, die nur eine Zahl ist)

Betrag - ein Maß für die Größe (beim Zeichnen von Vektoren ist der Betrag eines Vektors proportional zur Länge des Vektors)

Verschiebung - Änderung der Position, sie hat eine Richtung, sie ist ein Vektor

Die Bewegung kann mithilfe einer Datentabelle, eines Bewegungsdiagramms (zB. Zeit-Weg-Diagramm oder Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm) oder einer Grafik beschrieben werden.

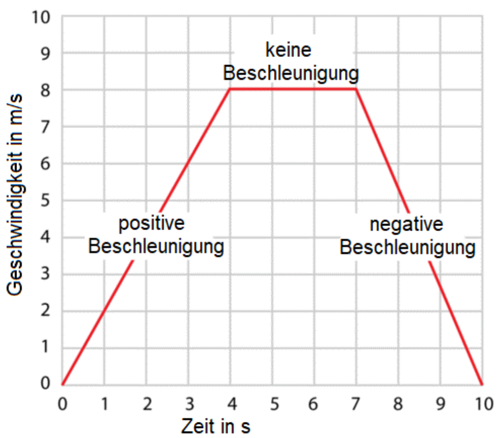


Abb. 8. Graph, der die Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit zeigt

- Wenn die Linie horizontal verläuft, ist die Geschwindigkeit konstant (keine Beschleunigung).
- Neigt sich die Linie nach oben, beschleunigt das Objekt (es wird schneller)
- Wenn die Linie nach unten verläuft, wird das Objekt abgebremst (verlangsamt).

Die von einem Objekt zurückgelegte Strecke kann durch Bestimmung der Fläche unter dem Graphen ermittelt werden

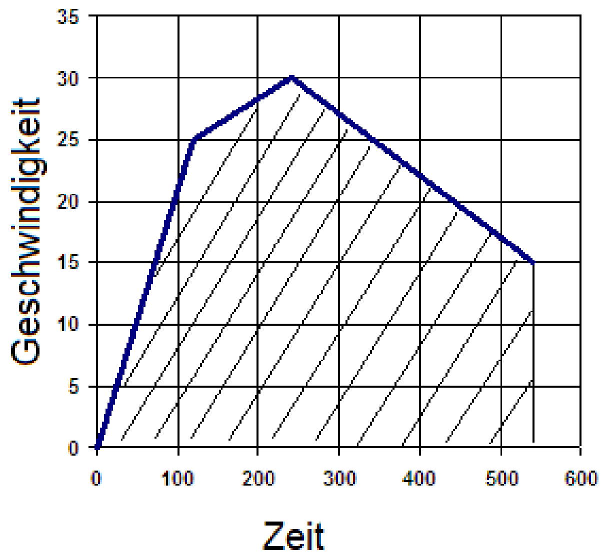


Abb. 9. Die Fläche unter diesem Graphen kann als Strecke interpretiert werden (Quelle: Engineeringtoolbox com)

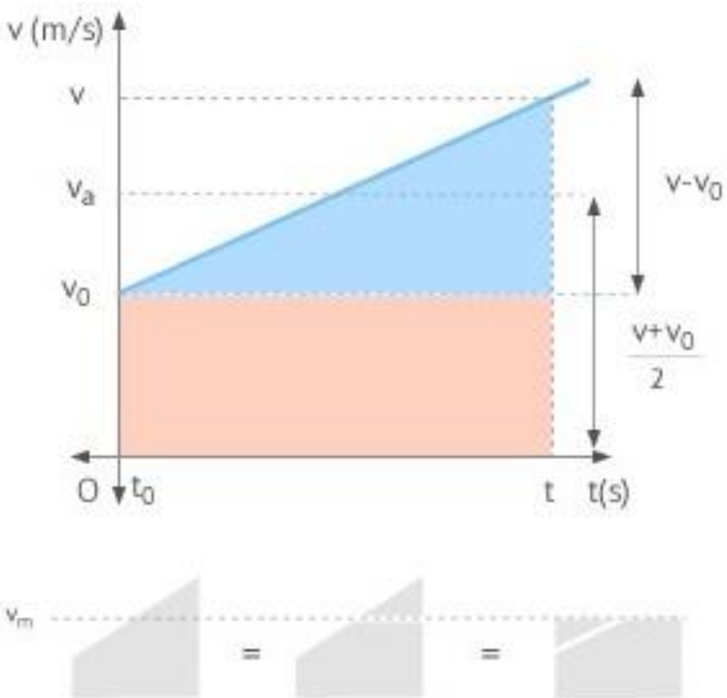


Abb. 10. Auch die Fläche unter diesem Graphen kann als Strecke interpretiert werden (Quelle: Engineeringtoolbox com)

Zurückgelegte Strecke aus dem Graphen ablesen - die Fläche innerhalb der gestreckten Linie im v-t-Diagramm, der Abszissenachse und der Zeit t entspricht der zurückgelegten Strecke. Diese Eigenschaft ist für jede Art von Bewegung gültig.

Die Höhe des Rechtecks ist die Durchschnittsgeschwindigkeit.

Berechnung: $\Delta x = v_a \cdot t = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$

$$v = v_0 + at$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} at$$

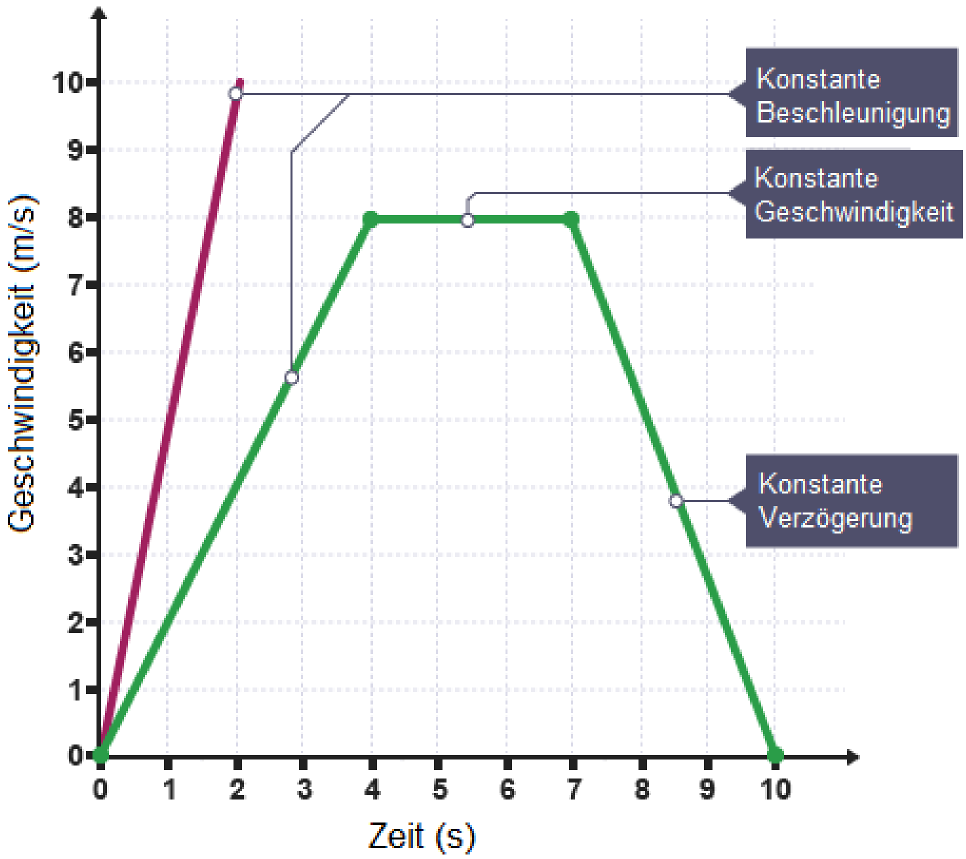


Abb. 11. Die Beschleunigung eines Objekts wird durch die Steigung des Graphen beschrieben

Beschleunigung (m/s^2) = Geschwindigkeitsänderung (m/s) : Zeit (s), d.h.

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{\Delta t}$$

- Die Steigung der Kurven/Strecken ist proportional zur Beschleunigung - je steiler die Steigung, desto schneller die Änderung der Geschwindigkeit
- Gerade Strecken bedeuten eine konstante Geschwindigkeit
- Die Fläche unter dem Diagramm gibt den zurückgelegten Weg an.

- Kurven/Strecken, die nach unten abfallen, haben eine negative Steigung und damit eine negative Beschleunigung: Dies ist das Gleiche wie eine Verlangsamung/Verzögerung.
- Wenn sich die Steigung der Kurve/Strecke ändert, muss sich auch die Beschleunigung des Körpers ändern:
    - Eine Kurve mit konstanter Steigung steht für eine konstante Beschleunigung (lineare Bewegung)
    - Eine gekrümmte Kurve steht für eine sich ändernde Beschleunigung - entweder abnehmend (wenn die Steigung kleiner wird) oder ansteigend (wenn die Steigung größer wird)

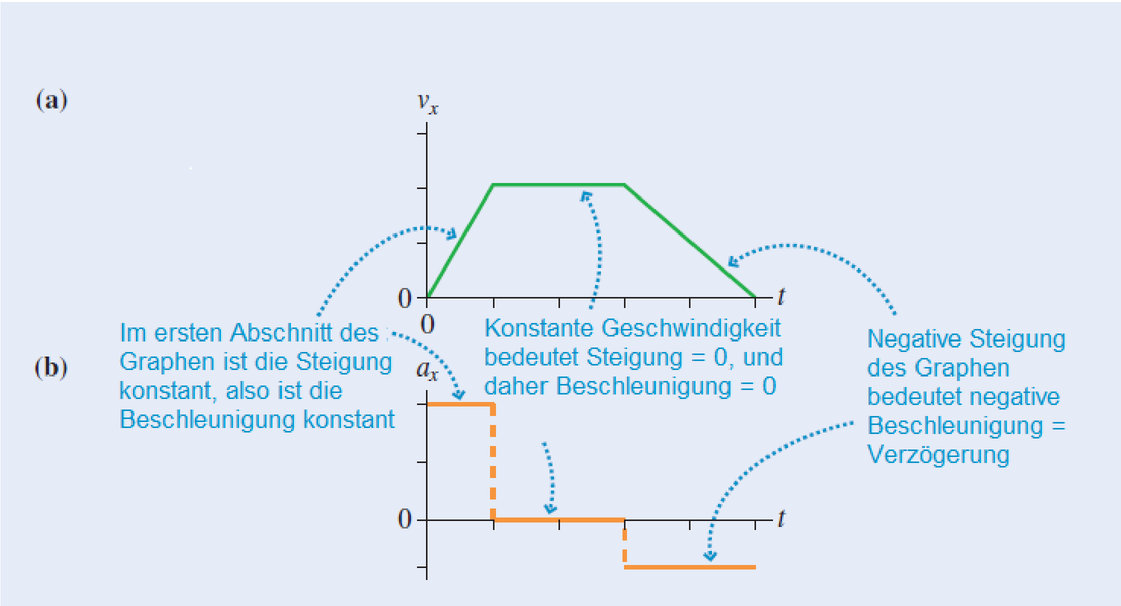


Abb. 12. Beschleunigungsgraph mit Hilfe des Geschwindigkeitsgraphen zeichnen

Weiterer Lesestoff:

https://sciencing.com/analyze-graphs-8482849.html

Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/jsvPpNxT

Aufgabe:
https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/moving-man/latest/moving-man.html?simulation=moving-man

Differentialrechnung in der Physik

Viele physikalische Prozesse werden durch Gleichungen beschrieben, die Ableitungen enthalten, so genannte Differentialgleichungen. Die Physik befasst sich insbesondere mit der Art und Weise, wie sich Größen im Laufe der Zeit verändern und entwickeln, und das Konzept der "Zeitableitung" - der Veränderungsrate im Laufe der Zeit - ist für die genaue Definition mehrerer wichtiger Konzepte unerlässlich. Insbesondere die zeitliche Ableitung der Position eines Objekts ist in der Newton‘schen Physik von Bedeutung:

- Geschwindigkeit ist die Ableitung (nach der Zeit) der Verschiebung eines Objekts (Entfernung von der ursprünglichen Position)
- Die Beschleunigung ist die Ableitung (nach der Zeit) der Geschwindigkeit eines Objekts, d. h. die zweite Ableitung (nach der Zeit) der Verschiebung eines Objekts.

Wenn zum Beispiel die Position eines Objekts auf einer Geraden gegeben ist durch

$x(t) = 16t^2 + 16t + 5$ (m)

Dann ist die Geschwindigkeit des Objekts gegeben durch

$v(t) = 32t + 16$ (m/s)

Seine Beschleunigung ist gegeben durch

$a(t) = 32$ (m/s^2), diese ist also konstant

Im Allgemeinen gilt:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

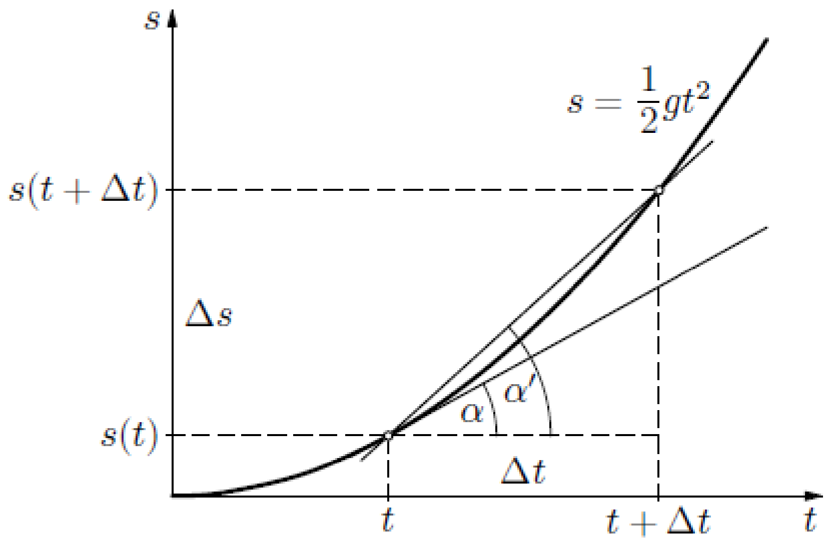


Abb. 14. Bewegungsgraph

Eine Differentialgleichung ist eine Beziehung zwischen einer Reihe von Funktionen und ihren Ableitungen. Eine gewöhnliche Differentialgleichung ist eine Differentialgleichung, die Funktionen einer Variablen mit ihren Ableitungen in Bezug auf diese Variable in Beziehung setzt. Eine partielle Differentialgleichung ist eine Differentialgleichung, die Funktionen mit mehr als einer Variablen mit ihren partiellen Ableitungen in Beziehung setzt. Differentialgleichungen kommen natürlich in den Naturwissenschaften, in der mathematischen Modellierung und in der Mathematik selbst vor. So kann beispielsweise das zweite Newton'sche Gesetz, das die Beziehung zwischen Beschleunigung und Kraft beschreibt, als gewöhnliche Differentialgleichung formuliert werden:

$$F_x = m\, a_x = \frac{m\, \mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$$

Quellen:

Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: Fundamental of Physics, Willey, 2013. ISBN: 978-1-118-23072-5.
Young, H.D., Freedman, R.A.: University Physics with Modern Physics, Global Edition, Pearson 2019.
Fyzika pro gymnázia, Prometheus 2020. High-school physics textbooks.