Bendrai finansuojama pagal Europos Sąjungos programą „Erasmus+“

Matematikos išlyginamasis kursas 2a_2 skyrius – Aibės

1. *Aibės*

Apibrėžimas:
Pasak Georgo Cantoro, aibė yra bet kokia gerai apibrėžtų objektų, vadinamų elementais, rinkinys.

Elementus galime suprasti kaip „dalykus“, kurie turi bendrą savybę:
Skaičių aibė: A = {1, 4, 9, 16, 25}
Koordinačių taškų aibė: B = {[0, 0], [1, 1], [2, 2]}
Drabužių aibė (ką jūs dėvite): C = { kepurė, švarkas, šalikas, kelnės, pirštinės}
Vaisių aibė (vaisių salotose): D = { bananas, apelsinas, kriaušė, obuolys}
Žmonių aibė (tavo klasės draugai): E = {Annie, Arnold, Brittany, Colin, …, Xavier}

Aukščiau pateiktuose pavyzdžiuose naudojome vaizdavimą išvardijant, bet apžvelkime, kaip gali atrodyti vaizdavimas/reprezentavimas pagal aprašymą:

- Pagal aprašymą:
    - A = sveikųjų skaičių nuo 1 iki 5 imtinai kvadratų aibė.
    - B = funkcijos y = x taškų aibė, kai x yra sveikieji skaičiai nuo 0 iki 2 imtinai
    - C = jūsų matomų drabužių aibė
    - D = vaisių aibė, kurią sudaro jūsų vaisių salotos
    - E = tavo klasės draugų aibė

- Išvardijant:
    - A = {1, 4, 9, 16, 25}
    - B = {[0, 0], [1, 1], [2, 2]}
    - C = { kepurė, švarkas, šalikas, kelnės, pirštinės}
    - D = { bananas, apelsinas, kriaušė, obuolys }
    - E = {Annie, Arnold, Brittany, Colin, …, Xavier}

Kita svarbi savybė, kurią turime žinoti, yra tai, ar jos elementus galima suskaičiuoti ir ar skaičiavimo procesas baigiasi. Tokios aibės vadinamos baigtinėmis aibėmis. Aibės, kuriose elementų negalima suskaičiuoti ir kurių skaičiavimo procesas nesibaigia, vadinamos begalinėmis aibėmis.

Aukščiau pateikti pavyzdžiai yra baigtinių aibių pavyzdžiai. Galime intuityviai suprasti, kad paskutiniai trys rinkiniai greičiausiai visada būtų baigtiniai. Nelabai tikėtina, kad dėvėtume begalę drabužių, suvalgytume begalę vaisių ar turėtume be galo daug klasės draugų. Aibės A ir B taip pat yra baigtinės, nes tiksliai apibrėžiame skaičių/taškų tipus, kuriuos pasirenkame iš konkretaus intervalo. Pažiūrėkime, kaip atrodytų panašūs begaliniai rinkiniai:

- Pagal aprašymą:
  - A = sveikųjų skaičių kvadratų aibė
  - B = sveikųjų skaičių funkcijos y = x taškų aibė
- Išvardijant:
  - A = {1, 4, 9, 16, 25, ….}
  - B = {[0, 0], [1, 1], [2, 2], …}

Sąveika tarp aibių:

I. ***Lygios*** aibės:
   - Kiekvienas aibės A elementas yra aibės B elementas (pozicija aibėje nėra svarbi)
   - A = {1, 3, 5, 7, 9}
   - B = nelyginiai teigiami skaičiai, mažesni už 10
   - C = {2, 4, 6, 8, 10}
   - A = B, A ≠ C, B ≠ C

II. ***Lygios /sutampančios*** aibės:
   - Kiekvienas aibės A elementas gali būti suderintas su tiksliai vienu aibės B elementu, o kiekvienas aibės B elementas gali būti suderintas su tiksliai vienu aibės A elementu.
   - *Šie elementai neturi būti lygūs*
   - A = {1, 3, 5, 7, 9}
   - B = nelyginiai teigiami skaičiai, mažesni už 10
   - C = {2, 4, 6, 8, 10}
   - A ≈ B, A ≈ C, B ≈ C

III. ***Universalios*** aibės (Visuma):
   - Kiekvienas aibės elementas yra tam tikroje situacijoje nagrinėjamas elementas, žymimas U
   - F(x) = x; x gali būti iš U = aritmetiniai skaičiai

IV. ***Tuščios*** aibės:
   - Tuščios aibės yra ypatingas aibių atvejis, nes jose nėra jokių elementų
   - Pagal aprašymą:
     - F = savaitės dienų rinkinys, prasidedantis raide B (anglų kalba)
   - Išvardijant:
     - G = {} or G = ∅

Apibrėžimas:

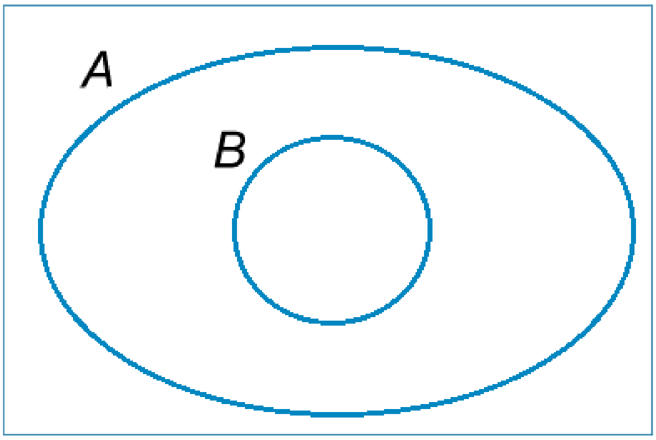
Sakome, kad aibė B yra aibės A poaibis, jei visi jos elementai YRA A. Tai žymime taip:

$$B \subset A$$

Pavyzdžiai:

- A = {1, 4, 9, 16, 25}, K = {1, 4, 9} => K yra poaibis of A (K ⊂ A)
- B = {[0, 0], [1, 1], [2, 2]}, L = {[1, 1]} => L yra poaibis of B (L ⊂ B)
- C = { kepurė, švarkas, šalikas, kelnės, pirštinės }, M = { pirštinės, kepurė } => M ⊂ C
- D = { bananas, apelsinas, kriaušė, obuolys }, N = { apelsinas, kriaušė, obuolys } => N ⊂ D
- E = {Annie, Arnold, Brittany, Colin, …, Xavier}, O = {Arnold} => O ⊂ E

Venno diagramos vaizdavimas:



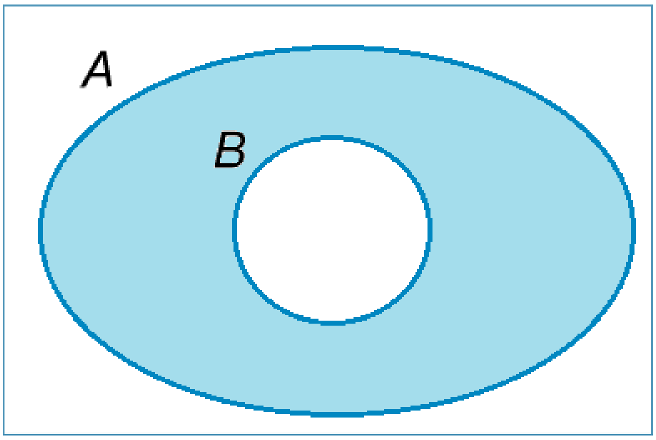
Apibrėžimas:
B papildinys A yra elementų, kurių NĖRA B, aibė. Tai žymime taip:

B^C or B'

Naudojant aukščiau pateiktus pavyzdžius:

- A = {1, 4, 9, 16, 25}, K = {1, 4, 9} => K^C = {16, 25}
- B = {[0, 0], [1, 1], [2, 2]}, L = {[1, 1]} => L^C = {[0, 0], [2, 2]}
- C = { kepurė, švarkas, šalikas, kelnės, pirštinės }, M = { pirštinės, kepurė } => M^C = { švarkas, šalikas, kelnės }
- D = { bananas, apelsinas, kriaušė, obuolys }, N = { apelsinas, kriaušė, obuolys } => N^C = {bananas}
- E = {Annie, Arnold, Brittany, Colin, …, Xavier}, O = {Arnold} => O^C = {Annie, Brittany, Colin, …, Xavier}

Venno diagramos vaizdas:



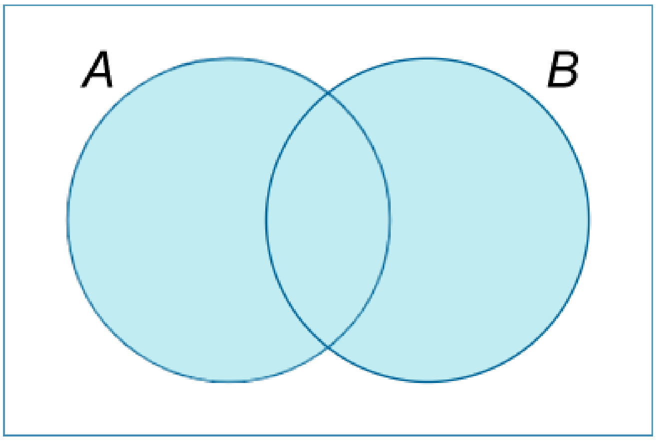
Apibrėžimas:
Dviejų aibių A ir B sąjunga yra visų A ARBA B elementų aibė. Tai žymime kaip:

A U B

Pavyzdžai:

- A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- B = {2, 4, 6, 8, 10, 12}
- A U B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12}

Venno diagramos vaizdas:



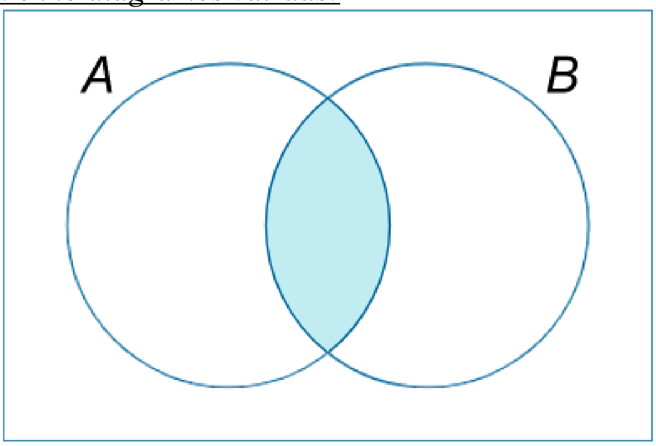
Apibrėžimas:
Dviejų aibių A ir B sankirta yra visų A IR B elementų aibė. Mes tai žymime kaip:

$$A \cap B$$

Pavyzdžiai:

- A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- B = {2, 4, 6, 8, 10, 12}
- $A \cap B$ = {2, 4, 6}

Venno diagramos vaizdas:



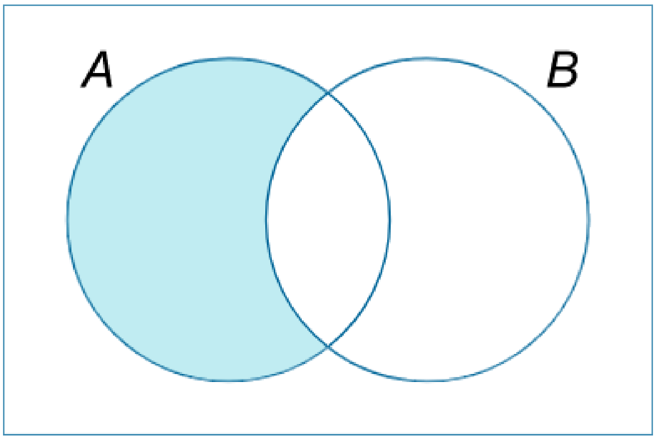
Apibrėžimas:
Dviejų aibių A ir B skirtumas yra visų A elementų, kurių NĖRA B, aibė. Mes tai žymime kaip:

A – B or A\B

Pavyzdžiai:

- A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- B = {2, 4, 6, 8, 10, 12}
- A - B = {2, 4, 6}

Venno diagramos vaizdas:



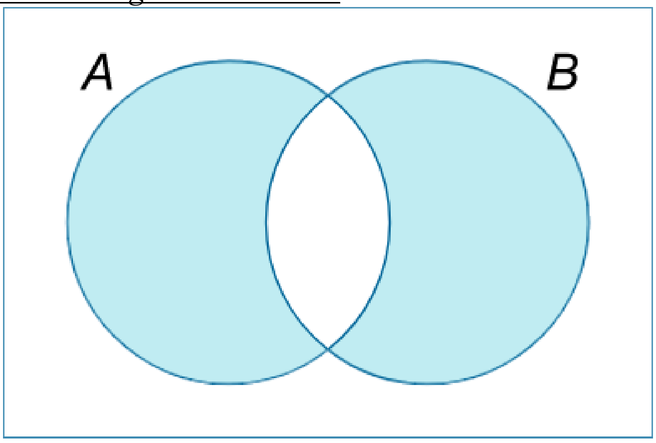
Apibrėžimas:
Simetrinis dviejų aibių A ir B skirtumas yra visų elementų, priklausančių TIKSLIAI VIENAI iš dviejų pradinių aibių, aibė. Mes tai žymime taip:

$$A \Delta B$$

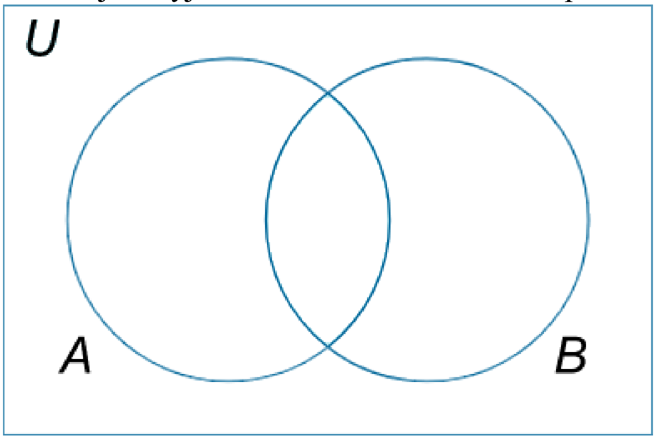
Pavyzdžiai:

- A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- B = {2, 4, 6, 8, 10, 12}
- A Δ B = {1, 3, 5, 8, 10, 12}

Venno diagramos vaizdas:



Praktikuokite savo supratimą:
Tolesnėje dalyje aibes A ir B naudosime kaip visumos U poaibius.



I. *Toliau pateiktose aibėse naudokite Venno diagramas:*
U = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j}
A = {a, b, c, d, f}
B = {d, f, e, g}

- $A \cup B$
- $A \cap B$
- A^c
- $B - A$
- $(A \cap B)^c$
- $(A \cup B)^c$

II.

III. *Užsienio kalbų problema:*

- Vidurinėje mokykloje apklausiama 100 mokinių ir klausiama, kurią iš užsienio kalbų jie mokosi.
- 45 mokiniai mokosi ispanų, 28 – prancūzų, 22 – kinų kalbos.
- 12 mokinių mokosi ispanų ir prancūzų kalbų, 8 – ispanų ir kinų, 10 – prancūzų ir kinų.
- 30 mokinių nesimoko kalbos.
- Kiek mokinių mokosi tris kalbas?

Šaltiniai:

http://www.owlnet.rice.edu/~km9/Randomness%20and%20Mathematical.pdf
https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2014/readings/
https://www.mathsisfun.com/sets/sets-introduction.html
Dressler and Keenan: Integrated Mathematics (Second Edition) (https://books.google.sk/books/about/Integrated_Mathematics_Course_1.html?id=h4oiXcjGT3oC&redir_esc=y)
https://www.math24.net/set-operations-venn-diagrams/