Cofinanziato dal programma Erasmus+ dell'Unione europea

Bridge2Teach

1. ***Insiemi***

Definizione:
Secondo Georg Cantor, un ***insieme*** è una raccolta di oggetti ben definiti chiamati *elementi.*

Sotto gli ***elementi*** possiamo intendere "cose" che hanno una proprietà comune:
Insieme di numeri: A = {1, 4, 9, 16, 25}
Insieme di punti in coordinate: B = {[0, 0], [1, 1], [2, 2]}
Completo (cosa indossi): C = {cappello, giacca, sciarpa, pantaloni, guanti}
Set di frutta (in una macedonia): D = {banana, arancia, pera, mela}
Insieme di persone (i tuoi compagni di classe): E = {Annie, Arnold, Brittany, Colin, …, Xavier}

Negli esempi precedenti abbiamo utilizzato la rappresentazione per elenco, ma abbiamo dato un'idea di come potrebbe essere una rappresentazione per descrizione:

- Per descrizione:
  - A = l'insieme dei quadrati per i numeri interi compresi tra 1 e 5 inclusi
  - B = l'insieme dei punti per la funzione y = x per x essendo numeri interi compresi tra 0 e 2 inclusi
  - C = set dei tuoi vestiti visibili
  - D = insieme di frutta contenuta nella tua macedonia
  - E = insieme dei tuoi compagni di classe

- Inserendo:
  - LA = {1, 4, 9, 16, 25}
  - B = {[0, 0], [1, 1], [2, 2]}
  - C = {cappello, giacca, sciarpa, pantaloni, guanti}
  - D = {banana, arancia, pera, mela}
  - E = {Annie, Arnold, Brittany, Colin, …, Xavier}

Un'altra caratteristica importante che dobbiamo sapere è se i suoi elementi possono essere contati e se il processo di conteggio arriva al termine. Tali insiemi sono detti ***insiemi finiti***. Gli insiemi in cui gli elementi non possono essere contati e in cui il processo di conteggio non termina sono detti ***insiemi infiniti.***

I nostri esempi sopra sono tutti esempi di insiemi finiti. Possiamo intuitivamente capire che gli ultimi tre insiemi molto probabilmente sarebbero sempre finiti. Non è molto probabile che indosseremo un numero infinito di vestiti, mangeremo un numero infinito di frutta o avremo un numero infinito di compagni di classe. Gli insiemi A e B sono anche insiemi finiti, perché definiamo esattamente i tipi di numeri/punti che stiamo selezionando da un intervallo specifico. Vediamo come sarebbero insiemi infiniti simili:

- Per descrizione:
  - A = l'insieme dei quadrati per i numeri interi
  - B = l'insieme dei punti per la funzione y = x per i numeri interi
- Inserendo:
  - LA = {1, 4, 9, 16, 25, ….}
  - B = {[0, 0], [1, 1], [2, 2], …}

Relazione tra gli insiemi:

I. Insiemi ***uguali :***

- Ogni elemento di un insieme A è un elemento di un insieme B (la posizione all'interno dell'insieme non è rilevante)
- LA = {1, 3, 5, 7, 9}
- B = dispari contando i numeri positivi inferiori a 10
- C = {2, 4, 6, 8, 10}
- A = B, A ≠ C, B ≠ C

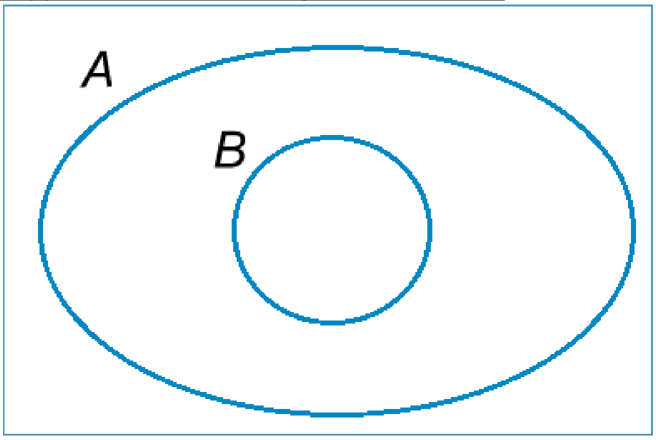
II. Set ***equivalenti/corrispondenti :***
- Ogni elemento di un insieme A può essere abbinato esattamente a un elemento di un insieme B e ogni elemento di un insieme B può essere abbinato esattamente a un elemento di un insieme A
- *Questi elementi non devono necessariamente essere uguali*
- LA = {1, 3, 5, 7, 9}
- B = dispari contando i numeri positivi inferiori a 10
- C = {2, 4, 6, 8, 10}
- A ≈ B, A ≈ C, B ≈ C

III. Set ***universali (Universo):***
- Ogni elemento di un insieme è un elemento preso in considerazione in una data situazione e indicato con ***U***
- F(x) = x; x può essere da U = numeri di aritmetica

IV. Set ***vuoti :***
- Gli insiemi vuoti sono un caso speciale di insiemi, perché non contengono alcun elemento
- Per descrizione:
  - F = l'insieme dei giorni della settimana che iniziano con B (in lingua inglese)
- Inserendo:
  - G = {} o G = ∅

Definizione:
Diciamo che l'insieme B è un ***sottoinsieme*** di un insieme A se tutti i suoi elementi **SONO** in A. Lo indichiamo come:
B ⊂A
Esempi:
- A = {1, 4, 9, 16, 25}, K = {1, 4, 9} => K è un sottoinsieme di A (KA ⊂)
- B = {[0, 0], [1, 1], [2, 2]}, L = {[1, 1]} => L è un sottoinsieme di B (L ⊂B)
- C = {cappello, giacca, sciarpa, pantaloni, guanti}, M = {guanti, cappello} => M ⊂C
- D = {banana, arancia, pera, mela}, N = {arancia, pera, mela} => N ⊂D
- E = {Annie, Arnold, Brittany, Colin, …, Xavier}, O = {Arnold} => O ⊂E

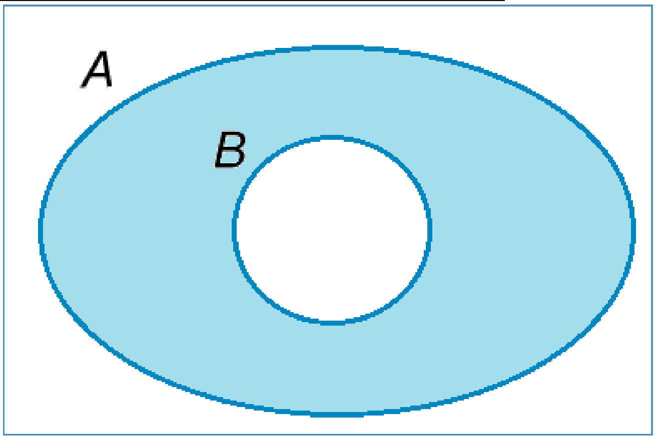
Rappresentazione del diagramma di Venn:



Definizione:
Il ***complemento*** di B in A è l'insieme degli elementi che **<u>NON sono</u>** in B. Lo indichiamo come:
B^C o B'
<u>Utilizzando gli esempi sopra:</u>

- A = {1, 4, 9, 16, 25}, K = {1, 4, 9} => K^C = {16, 25}
- B = {[0, 0], [1, 1], [2, 2]}, L = {[1, 1]} => L^C = {[0, 0], [2, 2]}
- C = {cappello, giacca, sciarpa, pantaloni, guanti}, M = {guanti, cappello} => M^C = {giacca, sciarpa, pantaloni}
- D = {banana, arancia, pera, mela}, N = {arancia, pera, mela} => N^C = {banana}
- E = {Annie, Arnold, Brittany, Colin, ..., Xavier}, O = {Arnold} => O^C = {Annie, Brittany, Colin, ..., Xavier}

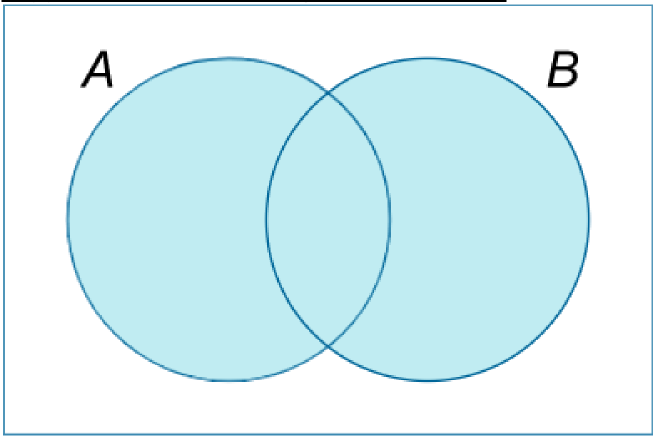
<u>Rappresentazione del diagramma di Venn:</u>



Definizione:
L' ***unione*** di due insiemi A e B è l'insieme di tutti gli elementi in A **<u>OR</u>** B. Lo indichiamo come:
AUB
<u>Esempi:</u>

- LA = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- B = {2, 4, 6, 8, 10, 12}
- AUB = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12}

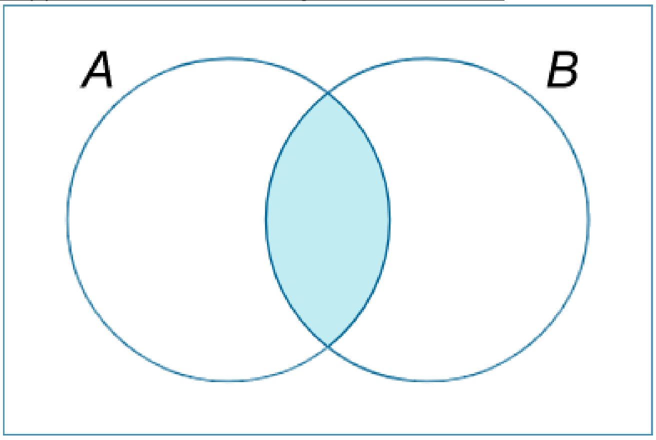
<u>Rappresentazione del diagramma di Venn:</u>



Definizione:
L'***intersezione*** di due insiemi A e B è l'insieme di tutti gli elementi sia in A che in B. Lo indichiamo come **:**
A ∩ B
Esempi:

- LA = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- B = {2, 4, 6, 8, 10, 12}
- A ∩ B = {2, 4, 6}

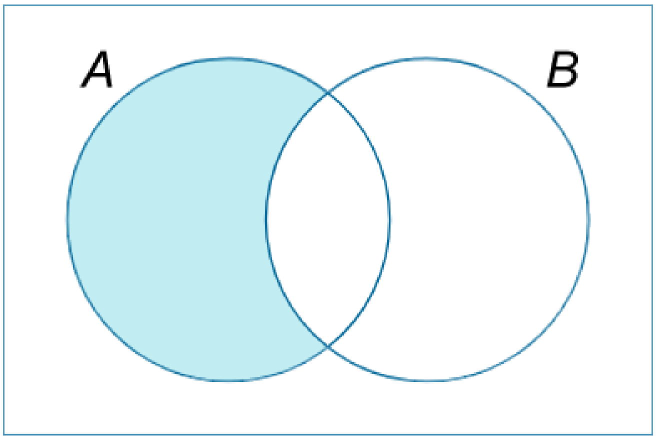
Rappresentazione del diagramma di Venn:



Definizione:
La ***differenza*** di due insiemi A e B è l'insieme di tutti gli elementi in A che **NON SONO** in B. Indichiamo questo come:
A – B o A\B
Esempi:

- LA = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- B = {2, 4, 6, 8, 10, 12}
- A - B = {2, 4, 6}

Rappresentazione del diagramma di Venn:



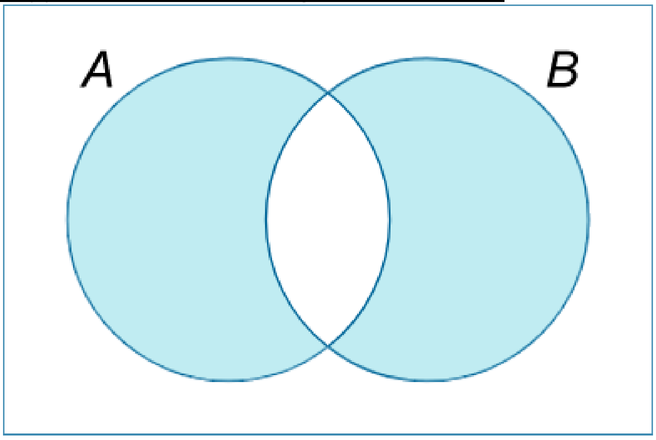
Definizione:

La ***differenza simmetrica*** di due insiemi A e B è l'insieme di tutti gli elementi che appartengono **ESATTAMENTE UNO** dei due insiemi originari. Indichiamo questo come:
A Δ B

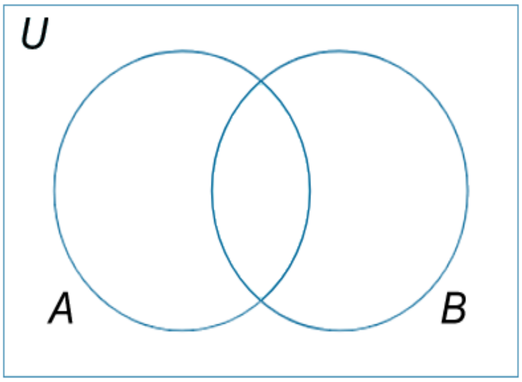
Esempi:

- LA = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- B = {2, 4, 6, 8, 10, 12}
- A Δ B = {1, 3, 5, 8, 10, 12}

Rappresentazione del diagramma di Venn:



Verifica le tue conoscenze:
Nella parte seguente useremo gli insiemi A e B come sottoinsiemi di un universo U.



I. *Data la seguente rappresentazione, utilizzare i diagrammi di Venn per trovare gli insiemi seguenti:*
U = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j}
A = {a, b, c, d, f}
B = {d, f, e, g}
    - A ∪ B
    - A ∩ B
    - A ^{c}
    - B – A
    - (LA ∩ B) ^{c}
    - (LA ∪ B) ^{c}

II. *Problema di lingue straniere:*

- In una scuola superiore, 100 studenti vengono intervistati e gli viene chiesto quale delle lingue straniere imparano.

- 45 studenti imparano lo spagnolo, 28 imparano il francese e 22 imparano il cinese.
- 12 studenti imparano lo spagnolo e il francese, 8 lo spagnolo e il cinese e 10 il francese e il cinese.
- 30 studenti non imparano la lingua.
- Quanti studenti imparano tre lingue?

Fonti esterne per approfondire:
http://www.owlnet.rice.edu/~km9/Randomness%20and%20Mathematical.pdf
https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-05-introduction-to-probability-and-statistics-spring-2014/readings/
https://www.mathsisfun.com/sets/sets-introduzione.html
Dressler e Keenan: Matematica Integrata (Seconda Edizione):
https://books.google.sk/books/about/Integrated_Mathematics_Course_1.html?id=h4oiXcjGT3oC&redir_esc=y)
https://www.math24.net/set-operations-venn-diagrams/