



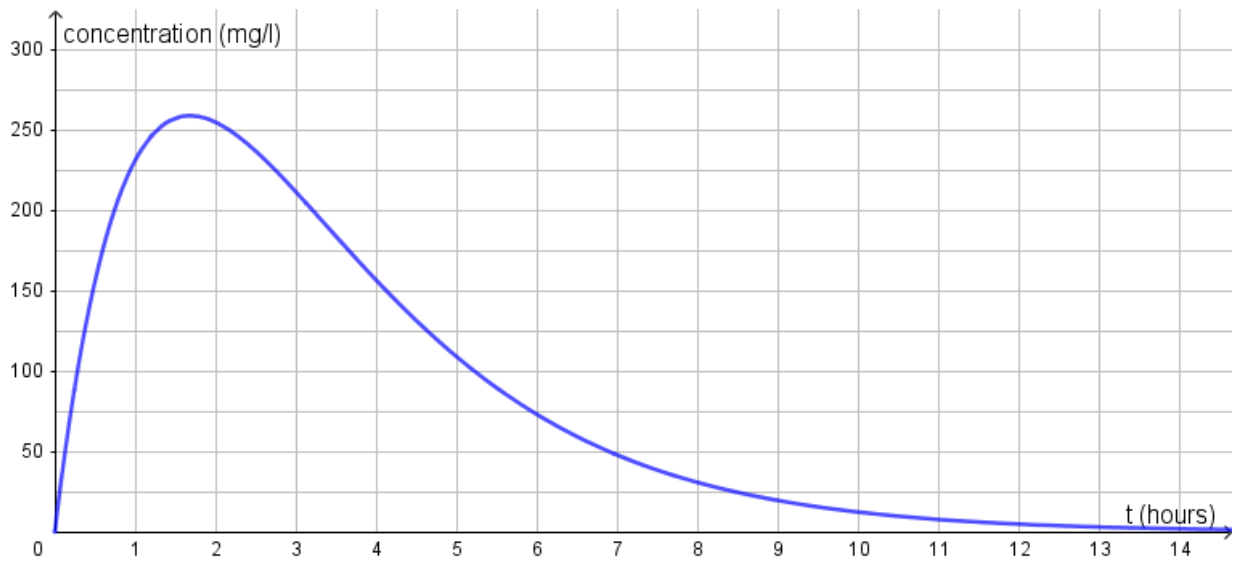
Bendrai finansuojama pagal
Europos Sąjungos programą
„Erasmus+“



Matematikos išlyginamasis kursas

2e skyrius – Įvadas į funkcijas

Įvadinė užduotis: Pacientui suleidžiamas tam tikras vaistas. Veikliosios medžiagos koncentraciją šio paciento kraujyje galima apibūdinti kaip funkciją laikui bėgant. Šios funkcijos grafikas pavaizduotas žemiau.



- Kokia koncentracija yra po 1 val.?
- Kuriuo momentu po injekcijos koncentracija pasiekia aukščiausią vertę?
- Kuriuo laiko momentu koncentracija pasiekia 150 mg/l?
- Kuriuo laiko momentu koncentracija krenta greičiausiai?

1. Įvadas į funkcijas

Funkcija iš esmės yra būdas apibūdinti ryšius tarp dviejų matematinių objektų rinkinių, kai kiekvienas pirmojo rinkinio objektas yra susietas tiksliai su vienu antrojo rinkinio objektu. Mokyklinėje matematikoje, šie objektai dažnai yra tikrieji skaičiai, o kai kuriuose vadovėliuose galima rasti tokį *realiosios funkcijos* apibrėžimą (reiškia funkciją nuo realiųjų skaičių iki realiųjų skaičių):

Apibrėžimas (juodraščio versija): Jei kiekvienas elementas $x \in \mathbb{R}$ yra susietas su tiksliai vienu elementu $f(x) \in \mathbb{R}$, šis ryšys yra vadinamas realiąja funkcija, simboliškai žymima $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. x yra vadinamas *argumentu* arba nepriklausomu kintamuoju, $f(x)$ yra vadinamas *funkcijos reikšme* arba priklausomu kintamuoju.

Šis apibrėžimas puikiai tinka daugeliui funkcijų, pvz., Tiesinei funkcijai arba Polinomai. Tačiau jis mažiau tinka pvz. Racionalioms Funkcijoms arba Logaritminėms Funkcijoms, ar bet kokioms kitoms Funkcijoms, kurios nėra apibrėžtos realiaisiais skaičiais kaip visuma, bet tik tai jų poaibyje. Todėl labiau įprasta pirmiau pateiktą apibrėžimą keisti į tokį:

Apibrėžimas: Tegul A yra realiųjų skaičių poaibis, t.y., $A \subseteq \mathbb{R}$. Jei kiekvienas elementas $x \in A$ yra susietas tiksliai su vienu elementu $f(x) \in \mathbb{R}$, šis ryšys yra vadinamas *realia funkcija*, simboliškai išreikšta kaip $f: A \rightarrow \mathbb{R}$. x yra vadinamas *argumentu* arba nepriklausomu kintamuoju, $f(x)$ yra vadinamas

funkcijos reikšme arba priklausomu kintamuoju. A yra vadinamas funkcijos *domenu*. Antrasis rinkinys – t.y. \mathbb{R} – yra vadinamas funkcijos *kodomenu*.

Pavyzdys: Sporto klubas turi 350 narių. Kiekvienam nariui priskiriamas unikalus indekso numeris a , $a \in \{1, 2, \dots, 350\}$. Funkcija $h: A \rightarrow \mathbb{R}$ apibūdina ryšį tarp narių indekso numerio ir šio nario kūno aukščio.

- a) Naudodamiesi šia terminologija, parašykite matematinį terminą, kuris apskaičiuoja vidutinį visų klubo narių kūno aukštį!
- b) Ką šiame pavyzdyje reiškia išsireiškimas $h(s) = h(t)$?

Šiame pavyzdyje domenas yra baigtinis natūralių skaičių rinkinys bet ne visas realių skaičių rinkinys (nes nebūtų prasmės prašyti nario skaičiaus 7.25 kūno aukščio).

Apibrėžimo keitimo procesas taip pat yra geras pavyzdys, kaip kartais veikia matematika. Matematikai dažnai mintyse turi tam tikrų matematinių objektų vaizdą ir užrašo tų objektų apibrėžimą. Tačiau pažvelgę į užrašytą apibrėžimą, jie pastebi, kad kai kurie objektai, kuriuos jie įsivaizdavo, nėra įtraukti į šį apibrėžimą, kai tuo tarpu kiti objektai, kurių jie iš pradžių neįsivaizdavo, patenka į šį apibrėžimą. Tada apibrėžimas perrašomas tikslesniu būdu. Dažnai šis procesas kartojamas kelis kartus.

Realioms funkcijoms mokykloje taip pat dažnai vartojama ši terminija:

Apibrėžimas: Tegul $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ yra realioji funkcija. I_f Visų funkcijų reikšmių aibė, $I_f = \{f(x) \in \mathbb{R} | x \in A\}$, yra vadinama *f atvaizdu*. G_f visų argumentų porų ir jas atitinkančių funkcijų reikšmių aibė, $G_f = \{(x, f(x)) \in \mathbb{R}^2 | x \in A\}$, yra vadinama funkcijos *grafiku*.

Kadangi kiekviena realiųjų skaičių pora gali būti atvaizduota kaip taškas koordinačių sistemoje, grafikas taip pat gali būti pavaizduotas kaip taškų rinkinys koordinačių sistemoje. Šis pavaizdavimas yra taip pat kartais vadinamas funkcijos grafiku.

Mokykloje funkcijų tyrimas paprastai apsiriboja realiomis funkcijomis. Tačiau terminas gali būti apibendrintas, kaip minėta anksčiau, apibūdinti santykius tarp bet kurių dviejų aibių.

Apibrėžimas: Tegul A ir B yra aibės. Jei kiekvienas elementas $x \in A$ yra susietas su tiksliai vienu elementu $f(x) \in B$, šis ryšys yra vadinamas *funkcija*, simboliškai išreikštas kaip $f: A \rightarrow B$. x yra vadinamas *argumentu* arba nepriklausomu kintamuoju, $f(x)$ yra vadinamas *funkcijos reikšme* arba priklausomu kintamuoju. A yra vadinamas funkcijos *domenu*, B yra vadinamas funkcijos *kodomenu*.

Universitete, specialiose paskaitose tiriamos kompleksinės funkcijos (kur A ir/arba B yra kompleksinių skaičių poaibiai) arba daugiamatės realiosios funkcijos (kur A ir/arba B yra $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$ arba apskritai \mathbb{R}^n poaibiai.). Taip pat, funkcijų tyrimas neapsiriboja skaičių rinkiniais (arba skaičių poromis, skaičių trejetais). Funkcijas taip pat galima tirti tarp geometrinių objektų (pvz. Topologijoje) arba funkcijas tarp funkcijų rinkinių (pvz. Funkcinėje Analizėje).